SMA 0333 Cálculo III - Lista 3

Eng. Aeronáutica

1. Determine a série que possui a seguinte sequência de somas parciais:

$$a)\ S_n = \frac{4n}{n+1} \quad b)\ S_n = \frac{2n}{3n+1} \quad c)\ S_n = \frac{n^2}{n+1} \quad d)\ S_n = 2^n$$

2. Estude a convergência das séries

$$a)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} \quad b)\ \sum_{n=0}^{\infty} 1 \quad c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad d)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1+3^n} \quad e)\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{4n-3}$$

$$f)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3+\sqrt{n}} \quad g)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1} \quad h)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \quad i)\ \sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-n}$$

$$j)\ \sum_{n=0}^{\infty} 1+(-1)^n \quad k)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+5)} \quad l)\ \sum_{n=0}^{\infty} na^n,\ 0 < a < 1$$

$$m)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)\dots(n+p)},\ p \geq 1,\ p \text{ é natural.}$$

3. Quais séries convergem e quais divergem? Justifique as suas respostas.

   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\pi)$

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

   (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-1}{3^n}$

   (d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{x^n}, \quad |x| > 1.$

4. Encontre os valores de x para os quais a série converge.

   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$

   (b) $\sum_{n=0}^{\infty} 3\left(\frac{x-1}{2}\right)^n$

   (c) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{3+\sin x}\right)^n$

   (d) $\sum_{n=0}^{\infty} (\ln x)^n$

5. Mostre que as desigualdades abaixo estão satisfeitas a partir de algum natural N_0, isto é, mostre que existe um natural N_0, tal que, para todo $n \geq N_0$ as desigualdades abaixo estão satisfeitas:

$$a)\ \ln(n) \leq n \quad b)\ \ln(n) \leq \sqrt{(n)} \quad c)\ n^2 \leq 2^n \quad d)\ \sqrt{(n)} \leq n$$

6. Escreva as seguintes frações decimais

$$i)\ 0,412412412\ldots \quad ii)\ 0,021343434\ldots$$

como séries numéricas e as descrevas como o quociente de dois inteiro

7. Justifique as igualdades

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1 \quad b)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} = \frac{3}{4}$$