1 Números pseudoaleatórios e aplicações

Simulação estocástica é a arte de gerar amostras de variáveis aleatórias em um ambiente computacional e usar essas amostras para a obtenção de um certo resultado (Bustos & Frery, 1992).

Arte? Necessitamos de muitas técnicas para atingir o(s) objetivo(s) (Teoria dos Números, Probabilidade, Processos Estocásticos, Estatística, Computação, Análise Numérica, ...)

Variáveis aleatórias? Muitos problemas ou são de natureza não determinística ou porque é mais apropriado o tratamento estocástico.

Ambiente computacional? A complexidade e/ou o volume de dados impedem a busca de uma solução manual.

Certo resultado? O bom uso da Simulação Estocástica fornece resultados aproximados.

1.1 Geração de Variáveis Aleatórias

Variáveis aleatórias no intervalo [0,1).

Procedimentos pseudoaleatórios: as sequências geradas devem ter a "aparência" de aleatoriedade.

Testes de geradores de números aleatórios.

Período da sequência, precisão, repetibilidade e portabilidade.

1.1.1 Alguns geradores

G1. Gerador de von Neumann (1949)

1. x_0: número de quatro algarismos decimais (semente). Faça $i = 0$.
2. Calcular x_i^2. Se necessário, acrescentar zeros à esquerda para que x_i^2 seja escrito como $d_7d_6d_5d_4d_3d_2d_1d_0$, em que $d_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$, para $i = 0, 1, \ldots, 7$.
3. Definir $x_{i+1} = d_5d_4d_3d_2$ (meio do quadrado).
4. Faça $i = i + 1$ e prossiga em 2.
5. Divida os elementos da sequência por 10.000.

Exemplos:

(a) $\{$2100, 4100, 8100, 6100, 2100, $\ldots\}$,

(b) $\{$3792, 3792, $\ldots\}$,

(c) Considere $x_0 =$ ano de nascimento.

G2. Geradores congruenciais lineares (Lehmer, 1951)

Gerar uma sequência de inteiros $x_1, x_2, \ldots, x_n$ em $\{0, 1, \ldots, M\text{-}1\}$, M "grande". Fazer $u_i = x_i/M$, $i = 1, \ldots, n$.

$$x_i = (ax_{i-1} + c) \text{ mod } M,\ i \geq 1,$$

sendo que $a, c, x_0 \in \{0, 1, \ldots, M-1\}$, x_0 é chamado de semente e mod representa o resto da divisão inteira.

Exemplos:

(a) Gerador do IMSL: $a = 16807$, $c = 0$, $M = 2^{31} - 1$, período = $2^{31} - 2$ = 2.147.483.646.

(b) IBM RANDU: $a = 2^{16} + 3$, $c = 0$, $M = 2^{31}$.

G3. Outros geradores

(1) Geradores com períodos 2^{60}, 2^{113} e $2^{19937}-1 \cong 10^{6002}$ (*default* em R).

(2) Gerador natural (Dodge, 1996): algarismos decimais de π.

Cálculo de π com $12,1 \times 10^{12}$ dígitos decimais em dez/2013

(`http://www.numberworld.org/misc_runs/pi-12t/`).

Sugestão: Gravar bilhões de dígitos decimais de π e usar como gerador.