1ª. Lista de Exercícios
SCE 5809 – REDES NEURAIS
Profa. Roseli Aparecida Francelin Romero
2º. semestre de 2010

1) Um exemplo de função "sigmoid" é definido por:
F(x) = 1/ (1 + exp(-ax)). Se a=1 esta função recebe o nome de **função logística**. Mostre que a derivada F'(x) em relação a x é dada por:
F'(x) = a f(x) [1 – f(x)] . Qual é o valor de F'(x) na origem?

2) Outra forma de função "sigmoid" é definida por:

$$F(x) = \frac{1 - \exp(-ax)}{1 + \exp(-ax)} = \tanh(ax/2)$$

onde tanh denota tangente hiperbólica. Os limites desta função são –1 e +1. Mostre que a derivada de F(x), em relação a x é dada por:

$$F'(x) = \frac{a}{2(1 - f^2(x))}$$

Qual é o valor de F'(x) na origem? Suponha a $\rightarrow \infty$, qual é a forma resultante de F(x)?

3) Um neurônio j recebe entradas de outros 4 neurônios cujos níveis de atividades são: 10, -20, 4 e –2. Os pesos sinápticos respectivos são: 0.8, 0.2, -1.0 e –0.9. Calcule a saída do neurônio j para as seguintes situações:
a) o neurônio é linear, isto é, sua função de transferência ou ativação é linear.
b) o neurônio é representado por um modelo de McCullock-Pitts. Assuma que o threshold aplicado ao neurônio é zero.

4) O perceptron é um classificador de padrões linear. Justifque esta afirmação. Verifique que as equações envolvidas no algoritmo de convergência do perceptron são consistentes com as desigualdades (*) da prova do teorema de convergência.

5) O perceptron pode ser usado par executar numerosas funções lógicas. Demonstrar a implmentação das funções lógicas binárias AND, OR e COMPLEMENTAR. Entretanto, uma limitação básica do percpetron é que ele não pode implementar o OU-EXCLUSIVO. Explique a razão para esta limitação.

6) O algortimo LMS ou Regra Delta é dito ser **convergente na média** se o valor médio do vetor peso w(n) aproxima da solução ótima w_0 quando o número de iterações n aproxima do infinito:

$E[w(n)] \rightarrow w_0$ quando $n \rightarrow \infty$

O algoritmo LMS é dito ser **convergente na média dos quadrados** se o valor do quadrado médio do sinal erro e(n) aproxima de uma valor constante quando o número de iterações n aproxima do infinito, isto é,

$E[e^2(n)] \rightarrow$ contante quando $n \rightarrow \infty$

No 1º. caso, para garantia de convergência, o parâmetro de velocidade de aprendizado η deve ser escolhido como:

$$0 < \eta < 2/\lambda_{max}$$

onde λ_{max} é o maior auto-valor da matriz de autocorrelação $R = E[x(n)\ x^t(n)]$. No 2º. caso, este parâmetro deve ser escolhido como

$$0 < \eta < 2 / tr[R]$$

onde tr[R] denota o traço da matriz R. Desta forma sabendo que a matriz de correlação é definida por:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1.0 \end{pmatrix}$$

Pede-se : determinar o valor de η para

a) o algoritmo LMS ser onvergente na média
b) o algoritmo LMS ser convergente na média dos quadrados