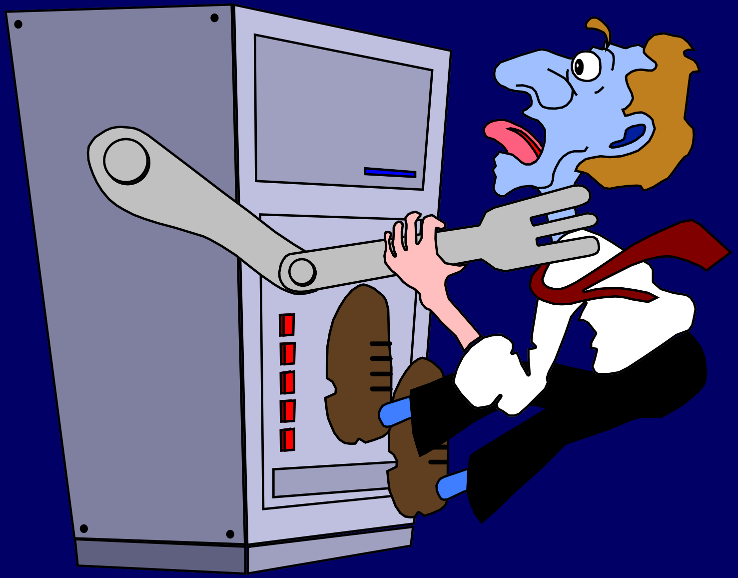
Máquinas de Turing



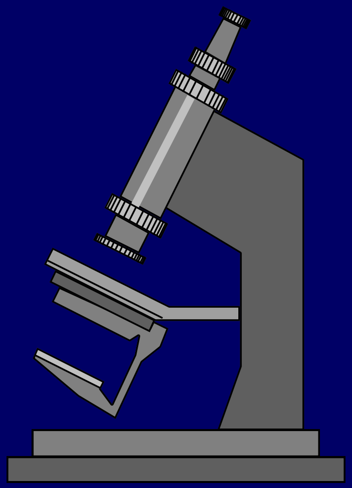
Máquinas de Turing podem fazer tudo o que um computador real faz, com perdas de eficiência

Porém, mesmo uma Máquina de Turing não pode resolver certos problemas. Estes problemas estão além dos limites teóricos da computação

Motivação

Na Teoria da Complexidade analisamos problemas e os classificamos de acordo com sua complexidade.

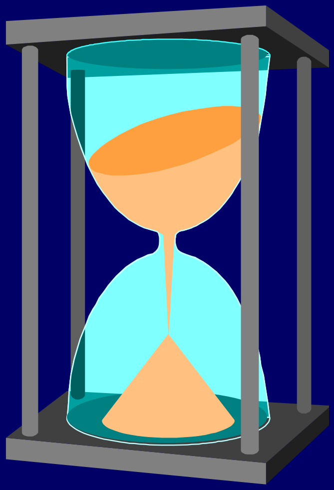
Até mesmo na Teoria da Computabilidade temos uma classificação para os problemas.



Motivação

Para avaliar a complexidade de tempo, fazemos perguntas como:

Quanto tempo leva para computar um dado problema?



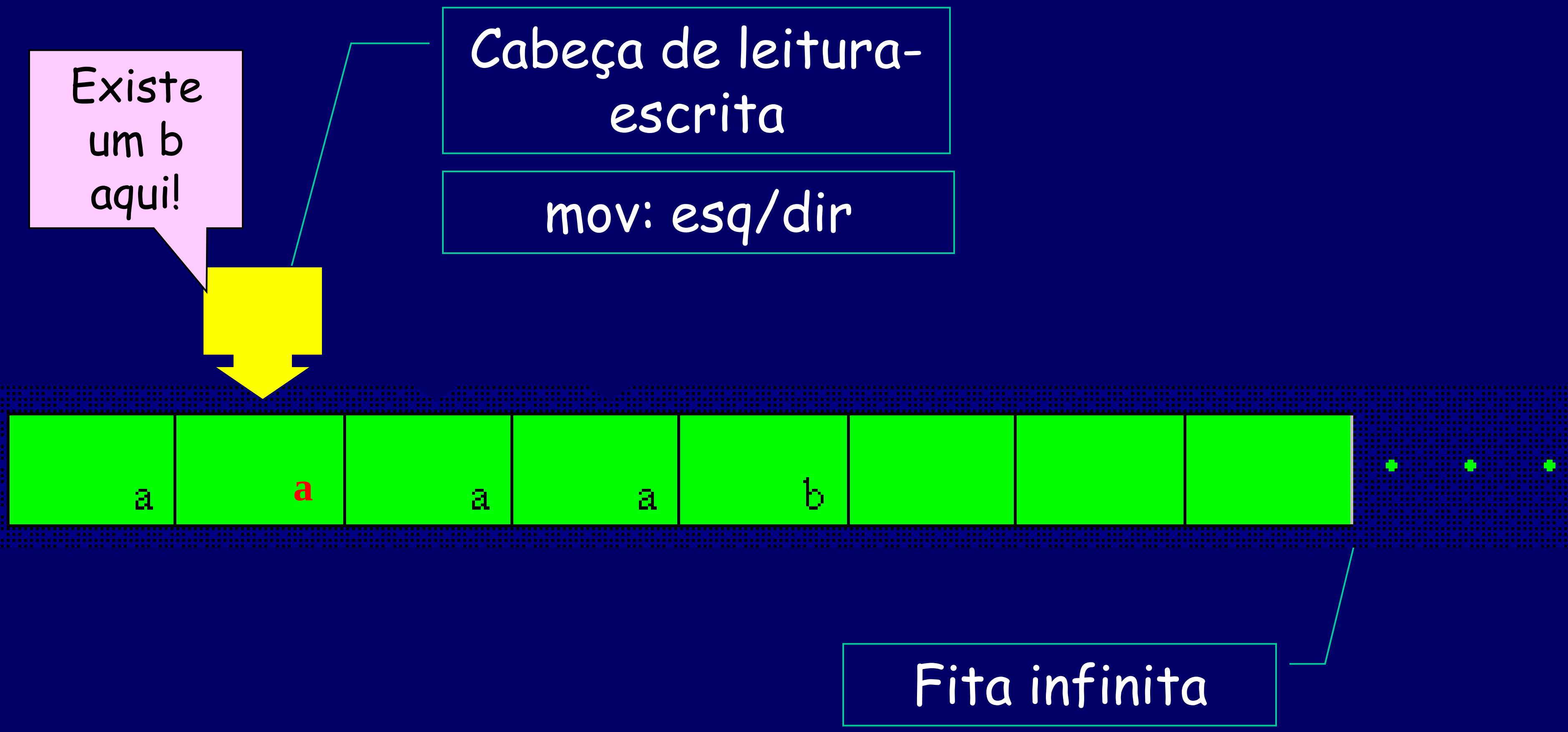
Motivação

Mas para respondê-la precisamos ter um modelo computacional como referência.

Introdução

- Objetivos:
  - Apresentar o modelo computacional chamado "Máquina de Turing".
- Tópicos:
  - Máquinas de Turing Determinísticas
  - Máquinas de Turing com Múltiplas Fitas
  - Máquinas de Turing Não-deterministicas
  - A Tese/Hipótese de Church-Turing
  - Linguagens decidíveis por Máquinas de Turing (Recursivas)
  - Linguagens Aceitas/Reconhecidas por Máquinas de Turing (Recursivamente Enumeráveis)

Notação Esquemática de uma Máquina de Turing (MT)



- A máquina continua sua computação até decidir produzir uma saída.

  - As saídas aceita e rejeita são obtidas quando ela entra nos estados de aceitação e rejeição, respectivamente.

  - Se ela não entra nestes dois estados roda para sempre, nunca parando.

- Se tenta se mover para a esquerda além do começo na cadeia, a cabeça não obedece.

Exemplo

- Como vocês fariam para testar se uma dada cadeia de entrada é membro de uma linguagem?

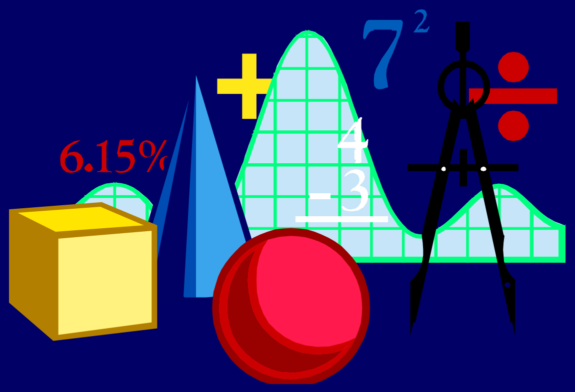
- Exemplo: B= $\{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$
  Usem a cadeia de entrada 011000#011000 para testar.

- Essa linguagem é Livre de Contexto?
- Qual o poder de uma máquina que possui 2 pilhas?

SIP 128-129

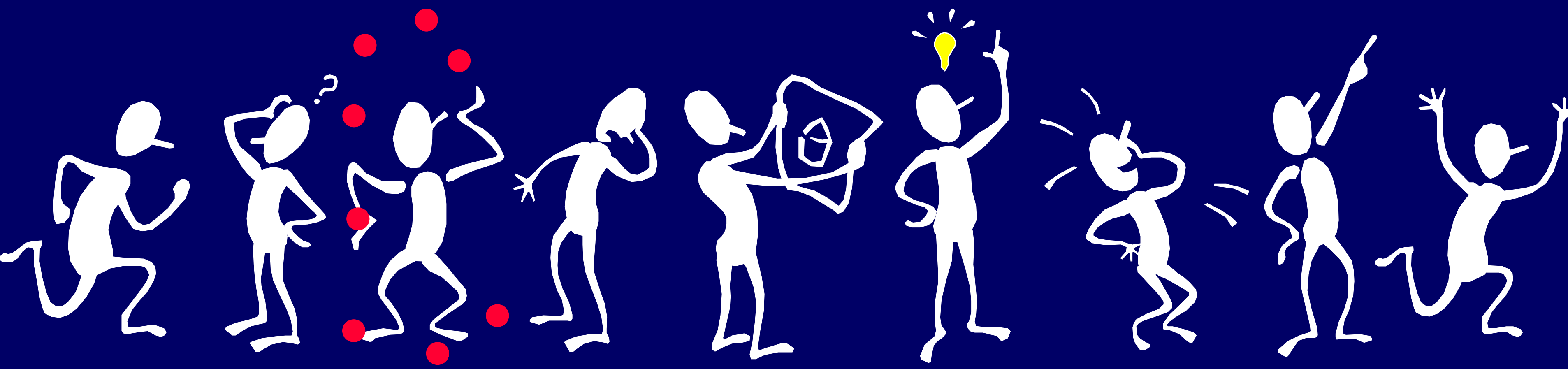
Definição Formal de uma MT

Uma MT determinística é uma sétupla consistindo de vários objetos.



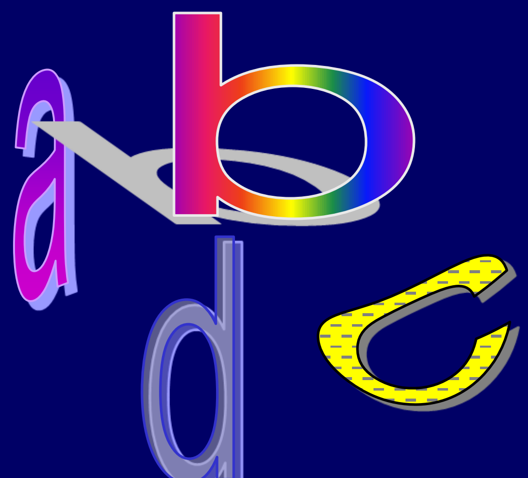
Definição Formal de uma MT

1. Q – um conjunto finito de estados.



Definição Formal de uma MT

2. Σ - o alfabeto de entrada, um conjunto finito não contendo o símbolo branco _.

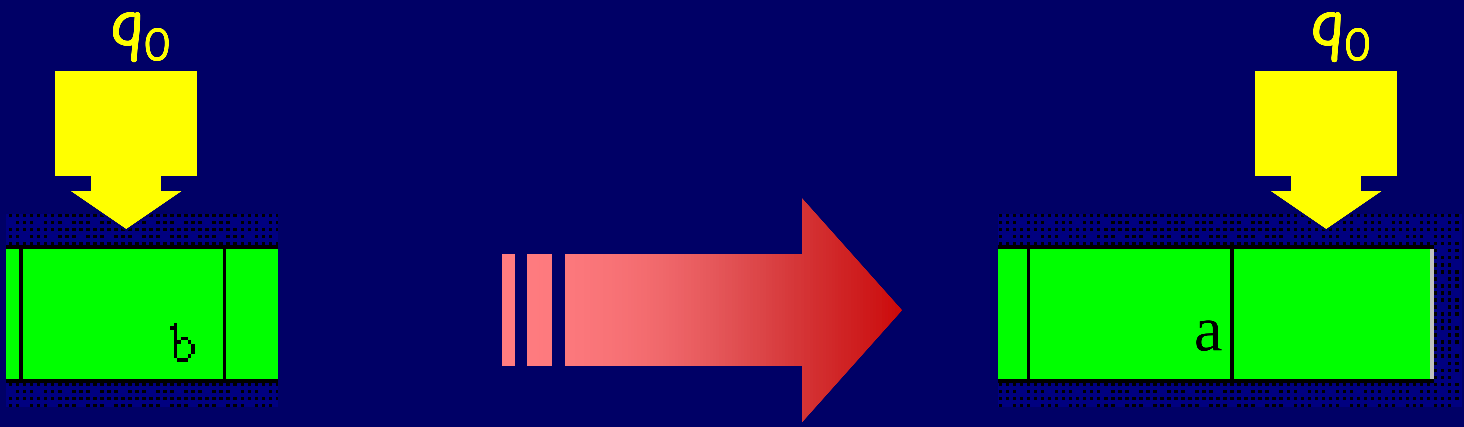


Definição Formal de uma MT

3. Γ - o alfabeto da fita, em que $\Sigma \subseteq \Gamma$ e $\_ \in \Gamma$.

Definição Formal de uma MT

4. $\delta: Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ – a função de transição.

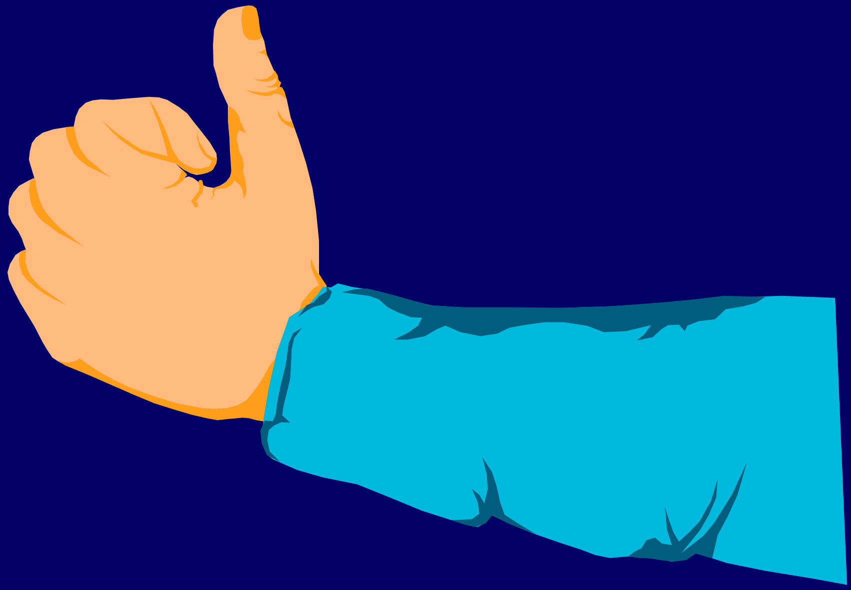


Definição Formal de uma MT

5. q_0 – o estado inicial

Definição Formal de uma MT

6. $q_{accept} \in Q$ - estado de aceitação



Definição Formal de uma MT

7. $q_{reject} \in Q$ – estado de rejeição

   $q_{reject} \neq q_{accept}$

Definição Formal de uma MT Sumário

1. Q - conjunto finito de estados.
2. Σ - o alfabeto de entrada.
3. Γ - o alfabeto da fita
4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L,R\}$ - a função de transição.
5. q_0 - o estado inicial.
6. $q_{accept} \in Q$ - estado de aceitação.
7. $q_{reject} \in Q$ - estado de rejeição .

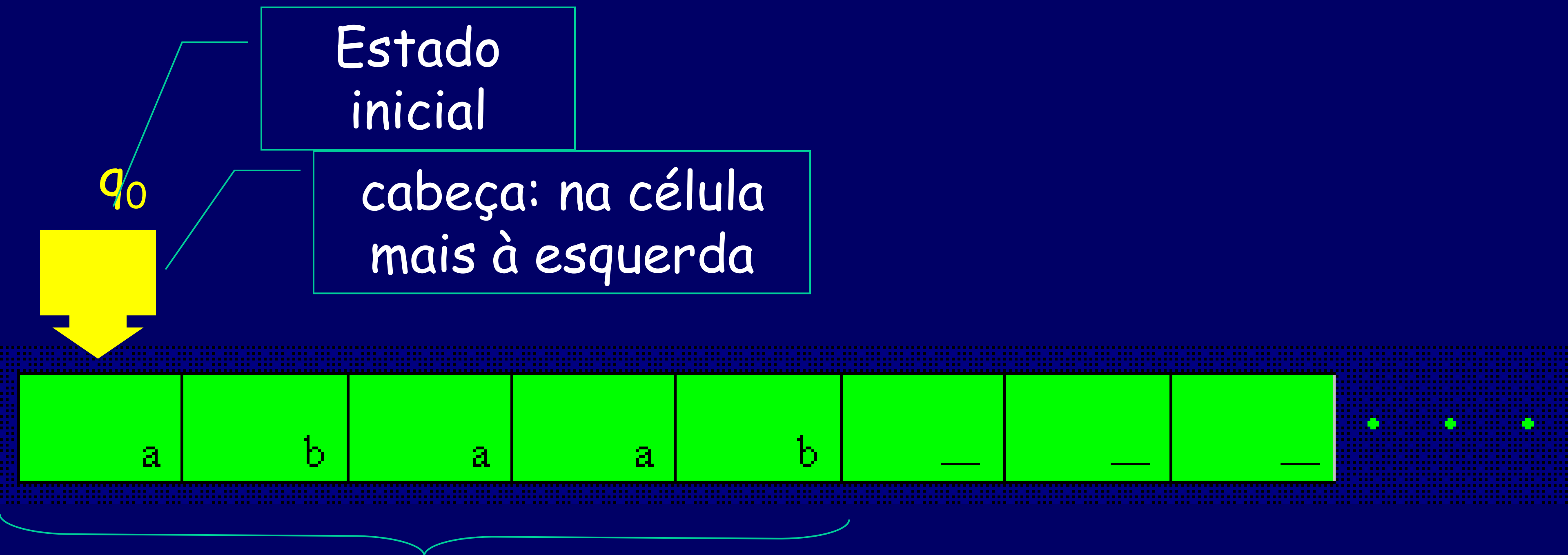
Definição segundo (H,M,U,2001)

1. Q - conjunto finito de estados.
2. Σ - o alfabeto de entrada (não contem branco)
3. Γ - o alfabeto da fita (contem branco)
4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L,R\}$ - a função de transição.
5. q_0 - o estado inicial, pertence a Q
6. B, símbolo branco, que está na fita fora da cadeia de entrada.
7. F, conjunto de estados de aceitação.

- F é vazio se a MT é transformadora de uma cadeia de entrada em uma cadeia de saída, isto é, como um modelo para descrever procedimentos (ou computar funções).

- F é relevante (ou q_{acc} e q_{rej}) quando a MT é usada para reconhecer uma linguagem.

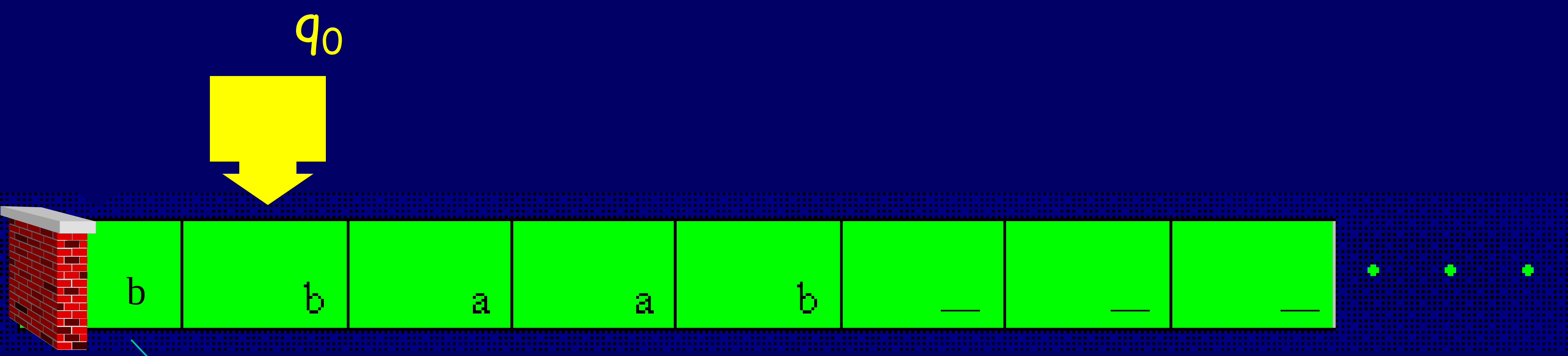
Computações
A Configuração Inicial



A entrada: começa a partir da esquerda

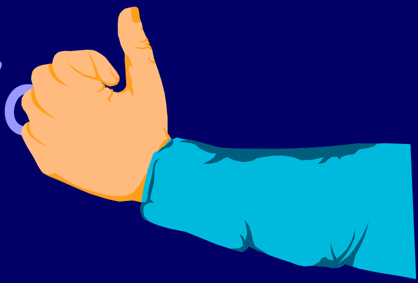
Computações
Exemplo

$\delta(q_0,a)=(q_0,b,R)$

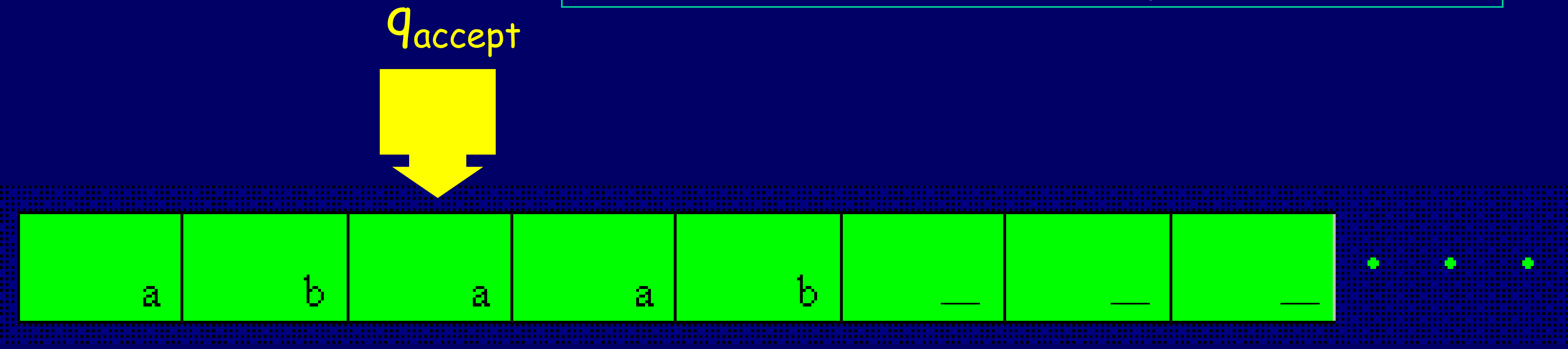


Nota: a cabeça não pode se mover para à esquerda desta célula!

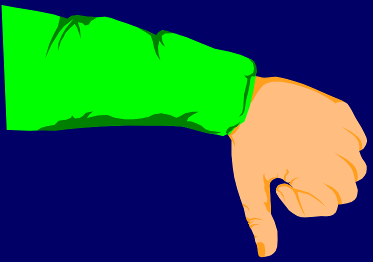
Computações
Configuração de Aceitação



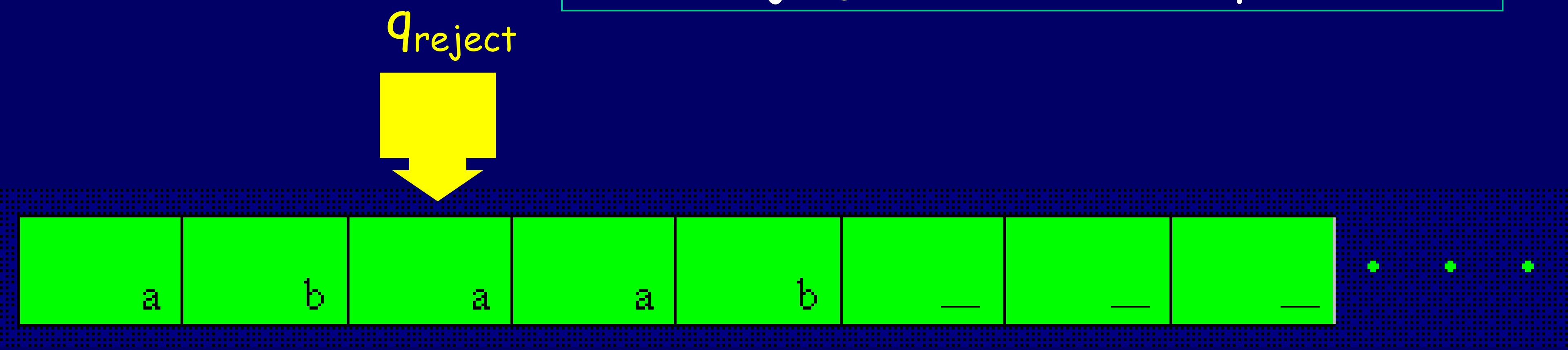
Se a computação entra no estado de aceitação, ela pára.



Computações
Configuração de Rejeição



Se a computação entra no estado de rejeição, ela também pára.



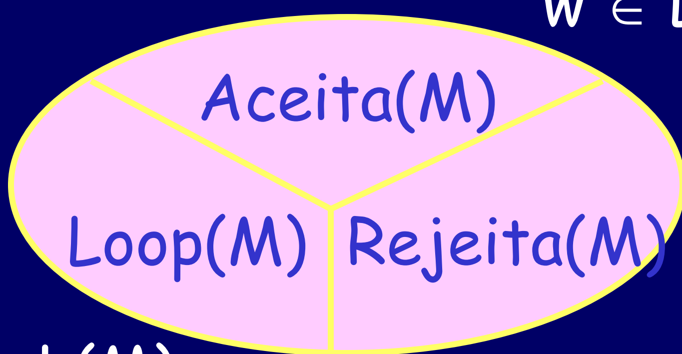
Nota: a máquina pode entrar em loop e não alcançar nenhum dos dois!

A Linguagem que uma MT Aceita

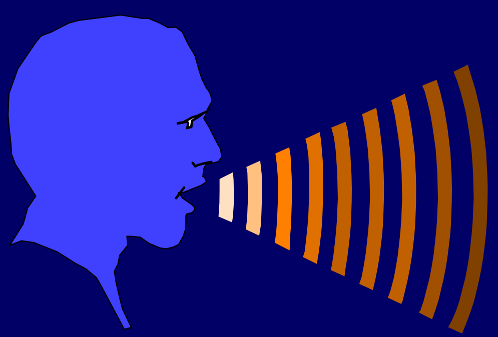
- Uma máquina de Turing aceita sua entrada, se ela alcança uma configuração de aceitação.
- O conjunto de entradas que ela aceita é chamado sua linguagem L(M).

Partições do conjunto de palavras sobre Σ^*

$w \in L(M)$



$w \notin L(M)$ $w \notin L(M)$



Definição formal de configuração

- Configuração é um terno (q,α,i) em que:
- q é um estado,
- α é uma cadeia de símbolos, isto é, a cadeia que no momento está escrita na fita,
- i é um nro natural que dá a distância entre o 1º símbolo de α e o símbolo que a máquina está lendo no momento.
- $L(MT) = \{w \mid w \in \Sigma^*$ e $(q0,w,1) \vdash^*_{MT} (q,\alpha,i)$

Para algum $q \in F$, $\alpha \in \Gamma^*$, i natural$\}$

Uma MT para uma Linguagem Simples

$$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$$

Exemplos:

Pertence à L: aaabbbccc

Não Pertence à L: aaabbcccc