

Teste *bootstrap* Considere o problema de testar $H_0 : \mu_X - \mu_Y = d_0$ contra $H_1 : \mu_X - \mu_Y \neq d_0$, em que $\mu_X = E(X)$, $\mu_Y = E(Y)$ e d_0 é uma constante fixada. Os dados disponíveis consistem de observações x_1, \dots, x_n e y_1, \dots, y_m de amostras aleatórias X_1, \dots, X_n e Y_1, \dots, Y_m , independentes entre si. A estatística de teste a ser usada é

$$T = \frac{|\bar{X} - \bar{Y} - d_0|}{(S_X^2/n + S_Y^2/m)^{1/2}}, \quad (1)$$

em que \bar{X} , \bar{Y} , S_X^2 e S_Y^2 denotam médias e variâncias amostrais de X e Y . Se t_0 é o valor calculado de T , o valor- p do teste é dado pela probabilidade do evento $T \geq t_0$, calculada supondo que H_0 é verdadeira.

Amostras *bootstrap* x_1^*, \dots, x_n^* e y_1^*, \dots, y_m^* são tais que $E_{\hat{F}_X}(x^*) = \bar{x}$ e $E_{\hat{F}_Y}(y^*) = \bar{y}$. O cálculo do valor- p de um teste é realizado supondo que H_0 é verdadeira. Assim, para efetuar um teste de hipóteses *bootstrap*, as hipóteses a testar passam a ser $H_0 : E_{\hat{F}_X}(x^*) - E_{\hat{F}_Y}(y^*) - (\bar{x} - \bar{y}) = 0$ e $H_1 : E_{\hat{F}_X}(x^*) - E_{\hat{F}_Y}(y^*) - (\bar{x} - \bar{y}) \neq 0$. Para a b -ésima amostra *bootstrap*, a estatística de teste é calculada como

$$T_b^* = \frac{|\bar{x}_b^* - \bar{y}_b^* - (\bar{x} - \bar{y})|}{(S_{xb}^{2*}/n + S_{yb}^{2*}/m)^{1/2}}, \quad (2)$$

em que \bar{x}_b^* , \bar{y}_b^* , S_{xb}^{2*} e S_{yb}^{2*} são definidos de forma análoga aos elementos da expressão (1), para $b = 1, \dots, B$. A expressão (2) pode ser usada para obter uma estimativa *bootstrap* do valor- p do teste de forma análoga ao teste com a estatística T .

Problema Uma empresa adquiriu resistores de dois vendedores (1: X e 2: Y), cujos valores de resistências, em ohms, são mostrados na Figura 1. A diferença a ser testada é -5 ohms.

1. Apresente uma estimativa *bootstrap* do valor- p do teste descrito acima.
2. Proponha outras soluções e compare suas conclusões com o resultado obtido no item 1.

Vendedor 1					
96,8	100,0	100,3	98,5	98,3	98,2
99,6	99,4	99,9	101,1	103,7	97,7
99,7	101,1	97,7	98,6	101,9	101,0
99,4	99,8	99,1	99,6	101,2	98,2
98,6					
Vendedor 2					
106,8	106,8	104,7	104,7	108,0	102,2
103,2	103,7	106,8	105,1	104,0	106,2
102,6	100,3	104,0	107,0	104,3	105,8
104,0	106,3	102,2	102,8	104,2	103,4
104,6	103,5	106,3	109,2	107,2	105,4
106,4	106,8	104,1	107,1	107,7	

Figura 1: Resistências (em ohms) de resistores fornecidos por dois vendedores.