Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Curso de Ciências de Computação

SCC-205
TEORIA DA COMPUTAÇÃO E LINGUAGENS FORMAIS
Turma A – 2º. Semestre de 2010 – Prof. João Luís

Lista de Exercícios Capítulo 1

1. Que linguagem a gramática

$$S \rightarrow ()$$
$$S \rightarrow)($$
$$S \rightarrow SS$$
$$S \rightarrow (S)$$
$$S \rightarrow)S($$

   gera?

2. Que linguagem a gramática

$$S \rightarrow 0$$
$$S \rightarrow 1$$
$$S \rightarrow S0$$

   gera?

3. Esta gramática:

$$S \rightarrow ()$$
$$S \rightarrow (S)$$
$$S \rightarrow SSS$$

   gera exatamente a linguagem dos parênteses casados?

4. Escreva uma gramática para a linguagem $\{a^n b^{2n} \mid n > 0\}$.

5. Que linguagem a gramática $S \rightarrow aSb \mid SS \mid ab \mid ba$ gera? Prove seu resultado.

6. Escreva gramáticas para as seguintes linguagens:

   a) expressões aritméticas envolvendo os dígitos 0 e 1 e as operações + e *. Exemplo: (1 + (0 * 1))
   b) $\{ w \mid w$ é da forma $a^n b^m$, com $n < m\}$
   c) Fórmulas do cálculo proposicional com duas variáveis, *p* e *q*, e conectivos *and*, *or* e *not*. Exemplo: (*p* or (*q* and (not *p*)))
   d) $\{ ww^R \mid w$ em $\{a,b\}^*\}$ onde w^R significa a forma reversa de *w*, isto é, se *w* = *abaa*, então w^R = *aaba*.

7. Ache uma GLD para a linguagem {w $\in$ {a, b}* | w não contenha a subcadeia bab}.

8. Seja a seguinte definição: Uma gramática G = (Σ, V, S, P) é linear a direita se toda produção for da forma A $\rightarrow$ bC ou A $\rightarrow$ b, onde A e C $\in$ V e b $\in$ $\Sigma \cup \{\lambda\}$. Agora seja a seguinte gramática G1 composta das seguintes produções: A $\rightarrow$ wB | w, onde A e B $\in$ V e w $\in$ Σ^*. Mostre que L(G1) pode ser gerada por uma gramática linear a direita.

9. Descreva em palavras as linguagens especificadas pelas seguintes expressões regulares:

   (a) $(aa)^*(bb)^*$
   (b) $(a^*b^*c^*)^*$
   (c) $((a + b + c)(bb)^* + (a + b + c))^*$
   (d) $(aaa + aaaaa)^*$

10. Dê uma GLD para a linguagem $((a + bb)^* + c)^*$.

11. Converta os seguintes conjuntos regulares em AFNs.
    (a) (((11)*0)* + 00)*
    (b) (1 + 11 + 0)*(00)*

12. Especifique e descreva um AFN que aceita o conjunto de todas as sentenças com dois 0's consecutivos ou dois 1's consecutivos, para Σ = {0,1}.

13. Seja $M = (\{q_0, q_1\}, \{0,1\}, \delta, \{q_0\}, \{q_1\})$ um AFN (autômato finito não determinístico) onde

$$\delta(q_0, 0) = \{q_0, q_1\} \quad \delta(q_0, 1) = \{q_1\} \quad \delta(q_1, 0) = \varnothing \quad \delta(q_1, 1) = \{q_0, q_1\}$$

    Qual é o AFD (autômato finito determinístico) correspondente?

14. Considere a seguinte gramática regular, $G = (\{0, 1\}, \{S, B\}, S, P\}$, onde P consiste de: $S \rightarrow 0B$, $B \rightarrow 0B$, $B \rightarrow 1S$, $B \rightarrow 0$. Pode-se construir um autômato finito não determinístico $M = (\{S, B, A\}, \{0,1\}, \delta, \{S\}, \{A\})$, onde δ é dado por:

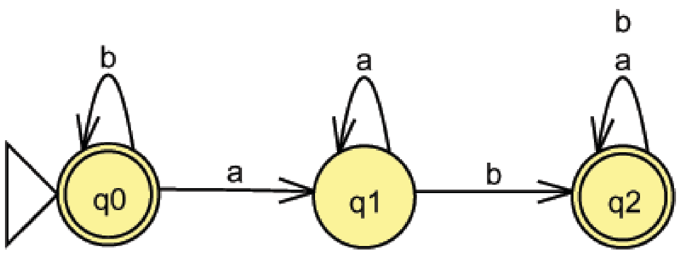
    1) $\delta(S, 0) = \{B\}$, já que $S \rightarrow 0B$ é a única produção em P com S à esquerda e 0 à direita.
    2) $\delta(S, 1) = \varnothing$, já que nenhuma produção tem S à esquerda e 1 à direita.
    3) $\delta(B, 0) = \{B, A\}$, já que $B \rightarrow 0B$ e $B \rightarrow 0$ estão em P.
    4) $\delta(B, 1) = \{S\}$, já que $B \rightarrow 1S$ está em P.
    5) $\delta(A, 0) = \delta(A, 1) = \varnothing$.

    Ache um autômato finito determinístico M_1 equivalente a M.

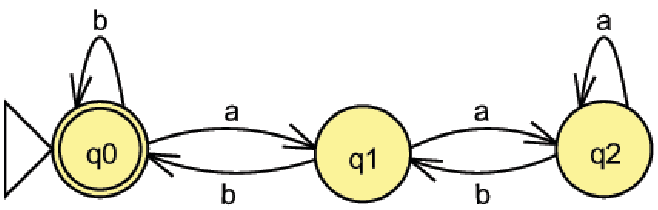
15. Ache um autômato finito determinístico (AFD) que aceite todas as cadeias em {0,1}* tal que todo 0 tem um 1 imediatamente à sua direita. Construa uma gramática do tipo 3 que gere esta linguagem.

16. Dê os conjuntos regulares correspondentes aos seguintes AFDs:

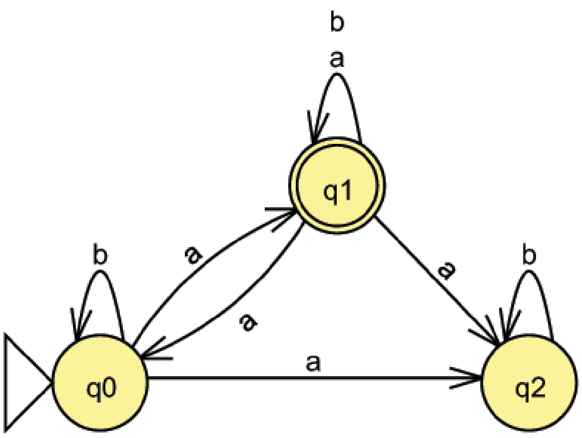
(a)



(b)



17. Converta o seguinte AFN em um AFD.



18. Seja

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$$

um autômato finito não determinístico (AFN) com δ dado por:

	a	b
q_0	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\{q_0, q_1\}$	$\varnothing$
q_2	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1\}$

Ache um autômato finito determinístico (AFD) que aceite $T(M)$.

19. Considerando que:

- toda linguagem livre de contexto também é sensível ao contexto;
- nem toda gramática livre de contexto é sensível ao contexto;
- há quatro tipos de gramáticas/linguagens segundo Chomsky,

as gramáticas abaixo são livres de contexto? São sensíveis ao contexto? Por que?

a) $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{A, B\}$, $S = A$, $P = \{ A \to Ba, B \to BB, Aa \to Bb, B \to b, B \to bA, A \to a, Ab \to \lambda \}$
b) $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \to 0S1, S \to \lambda \}$

Que linguagem é gerada pela gramática do item b?

20. Quais são as diferenças básicas entre um autômato finito determinístico e um não determinístico? Defina $T(M)$, o conjunto de cadeias aceitas pelo autômato M, para os dois tipos.

21. Dê a especificação e o diagrama de estados de um autômato finito não determinístico M que aceite a linguagem $(a + b)^*$ tal que nenhuma cadeia só de a's ou só de b's seja aceita. Obtenha o autômato determinístico M' equivalente a M. Construa uma gramática linear à direita que gere esta linguagem. Dê a expressão regular que representa esta linguagem.

22. Dê a especificação $(Q, \Sigma, \delta, Q_0, F)$ e o diagrama de estados de um autômato finito não determinístico (AFN) que aceite o conjunto de todas as cadeias que contenham dois *0*'s consecutivos ou dois *1*'s consecutivos. Teste para *011010*.

23. Considere gramáticas lineares à esquerda, que são gramáticas nas quais toda produção é da forma $A \to Ab$ ou $A \to b$, com $A \in V$ e $b \in \Sigma \cup \{\lambda\}$. Uma linguagem linear à esquerda é uma linguagem que pode ser gerada por uma gramática linear à esquerda. Mostre através de um exemplo, que as linguagens lineares à esquerda coincidem com as linguagens lineares à direita.

24. Dê a especificação $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ e o diagrama de estados de um autômato finito determinístico (AFD) que aceite cadeias de um alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$, com número par de *0*'s e um número par de *1*'s. Escreva a gramática linear a direita

(GLD) equivalente a esse autômato e a expressão regular que representa a linguagem de estados finitos correspondente.

25. Seja $\Sigma = \{a, b\}$. Mostre que a linguagem L_1 que consiste de todas as cadeias nas quais o número de a's é igual ao número de b's não é regular.

26. Dado um alfabeto Σ. Considere a seguinte linha de raciocínio:
    a) Para qualquer cadeia $x \in \Sigma^*$, a linguagem $\{x\}$ é regular.
    b) Para quaisquer linguagens regulares A e B, a linguagem $A \cup B$ é regular.
    c) Toda linguagem $L \subseteq \Sigma^*$ pode ser escrita como uma união de linguagens da seguinte forma: $L = \cup_{x \in L} \{x\}$.
    d) Portanto, toda linguagem $L \subseteq \Sigma^*$ é regular.

    Critique este argumento. As três hipóteses estão corretas? A lógica é válida? Se não, você pode identificar uma falha? A conclusão está correta?

27. Construa um autômato finito que aceite a linguagem regular $\{(ab)^*b^+c^*\}$ sem usar arcos-λ.

28. Dê o autômato finito determinístico que aceite a linguagem regular $L = (b^*c^+ab)$. Qual é a gramática linear a direita G que gera L?

29. Seja $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ um autômato finito não determinístico (AFN) com mapeamento de transmissão de estado δ definida como

    $$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a) = \{q_1, q_2\} & \delta(q_1, a) = \{q_0, q_1\} & \delta(q_2, a) = \{q_0, q_2\} \\ \delta(q_0, b) = \{q_0\} & \delta(q_1, b) = \varnothing & \delta(q_2, b) = \{q_1\} \end{array}$$

    a) Ache um autômato finito determinístico (AFD) que aceite o conjunto de cadeias aceitas por M;
    b) Ache a gramática linear a direita (GLD) que gera a Linguagem de Estados Finitos (LEF) aceita por M;
    c) Ache a expressão regular que represente esta linguagem.

30. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$. Qual o tipo (menos complexo) desta gramática segundo a hierarquia de Chomsky? Dê a descrição formal da linguagem gerada por esta gramática. Se for possível, descreva o autômato finito, com o menor número de estados possível, que aceite esta linguagem.

31. Quais são as diferenças básicas entre um autômato finito determinístico (AFD) e um não determinístico (AFN)? Defina $T(M)$, o conjunto de cadeias aceitas pelo autômato M, para os dois tipos.

32. Seja a linguagem $L \subset \{0, 1\}^*$ constituída de cadeias que contêm a subcadeia **10** a sua extrema direita. Exemplo: 100<u>10</u> $\in L$, enquanto que 0101<u>00</u> $\notin L$.

a) Escreva um autômato finito não-determinístico (AFN) que aceita a linguagem *L*;
b) Escreva o autômato finito determínistico (AFD) que aceita *L*;
c) Escreva a expressão regular equivalente a *L*;
d) Escreva a gramática linear a direita, sem produções-λ, que gera *L*.

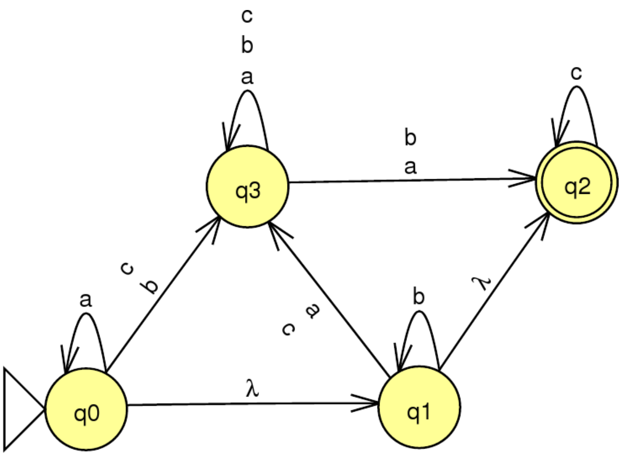
33. Considere a seguinte linguagem:

L = { w **|** w $\in$ (a + b)* tal que haja número par de duplas de ba's}

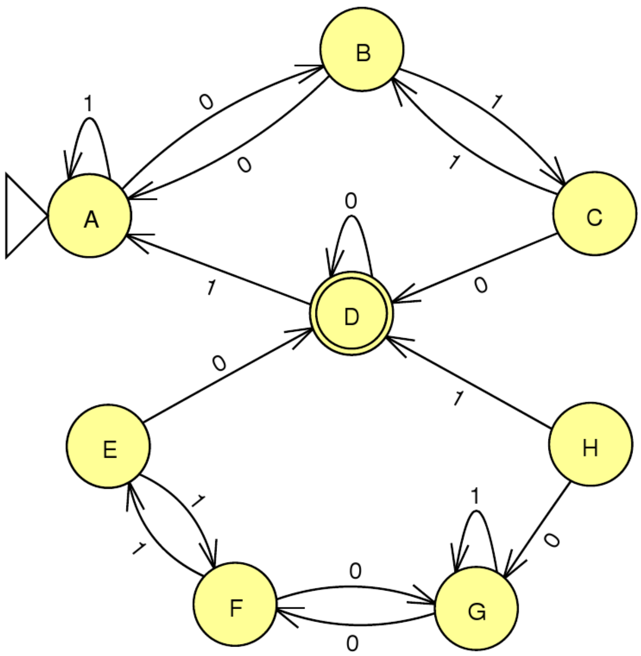
Exemplo: a cadeia a**ba**ab**baba** não pertence a *L*, enquanto que a cadeia **ba**ab**ba** pertence. Se possível, escreva o autômato finito determinístico (AFD) que processa L e dê a gramática linear a direita equivalente. Se não for possível explique o porquê.

34. Dê o diagrama de estados de um autômato finito determinístico (AFD) que aceite a linguagem dada pela expressão regular (b* + (ab)*). Escreva a gramática equivalente.

35.
a) Converta o AFλ abaixo no AFN equivalente;
b) Obtenha o AFD equivalente;
c) Obtenha a ER equivalente;
d) Obtenha a GLD equivalente;
e) Obtenha o autômato mínimo equivalente.



36. Construa o AFD com número mínimo de estados equivalente ao seguinte autômato:



37. Construa o AFD com número mínimo de estados equivalente ao seguinte autômato: