ICMC – USP

SME 5779 – Inferência Estatística – 2013/1

$10^{\underline{a}}$ lista de exercícios

1. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória de uma população $\mathsf{normal}(\mu, \sigma_0^2)$, σ_0 conhecido. Apresente um teste UMP com nível de significância α para as hipóteses $\mathrm{H}_0 : \mu \geqq \mu_0$ e $\mathrm{H}_1 : \mu < \mu_0$ e indique como calcular a probabilidade de significância.

2. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória de uma população $\mathsf{uniforme}(0, \theta)$, $\theta > 0$.
(a) Apresente um teste UMP com nível de significância α para as hipóteses $\mathrm{H}_0 : \theta = \theta_0$ e $\mathrm{H}_1 : \theta > \theta_0$, $\theta_0 > 0$.
(b) Represente graficamente a função do poder do teste obtido.
(c) Indique como calcular a probabilidade de significância para o teste obtido.

3. Seja X o número de sucessos em n independentes realizações de um experimento com probabilidade de sucesso θ. Deve ser testada $\mathrm{H}_0 : \theta \leqq \theta_0$ contra $\mathrm{H}_1 : \theta > \theta_0$ com nível de significância α.
   (a) Apresente um teste UMP para estas hipóteses.
   (b) Para $n = 6$, $\theta_0 = 1/4$ e os níveis $\alpha = 5\%$ e 10%, apresente as regiões críticas dos testes e calcule o poder do teste contra $\theta \in \{3/10, 4/10, 5/10, 6/10, 7/10\}$.
   (c) Represente graficamente a função poder dos testes obtidos no item 3b.
   (d) Para $n = 26$ e $x = 9$ sucessos, calcule a probabilidade de significância se $\theta_0 = 1/4$.
   (e) Para $\theta_0 = 2/10$ e $\alpha = 5\%$ o poder contra $\theta = 4/10$, deve ser pelo menos $9/10$. Determine o tamanho amostral necessário.

4. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória de uma população $\mathsf{Weibull}(\gamma_0, \theta)$, $\gamma_0 > 0$ e $\theta > 0$, sendo que o parâmetro de forma γ_0 é conhecido.
(a) Apresente um teste UMP com nível de significância α para as hipóteses $\mathrm{H}_0 : \theta \leqq \theta_0$ e $\mathrm{H}_1 : \theta > \theta_0$.
(b) Indique como calcular a probabilidade de significância para o teste obtido.

5. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória de uma população com função densidade $f(x; \theta) = (x/\theta^2) \exp(-x/\theta) I_{(0,\infty)}(x)$, $\theta > 0$.
(a) Apresente um teste UMP com nível de significância α para as hipóteses $\mathrm{H}_0 : \theta \geqq \theta_0$ e $\mathrm{H}_1 : \theta < \theta_0$.
(b) Indique como calcular a probabilidade de significância para o teste obtido.

6. Considere $X_1, \ldots, X_n \overset{\text{iid}}{\sim} \mathsf{normal}(\mu, \sigma^2)$. Apresente testes para cada um dos pares de hipóteses abaixo e indique em cada caso como calcular a probabilidade de significância.
(a) $\mathrm{H}_0 : \sigma = \sigma_0$ contra $\mathrm{H}_1 : \sigma \neq \sigma_0$.
(b) $\mathrm{H}_0 : \sigma \leqq \sigma_0$ contra $\mathrm{H}_1 : \sigma > \sigma_0$.

7. Uma moeda é lançada cinco vezes com o objetivo de testar as hipóteses H_0: as probabilidades dos resultados "cara" e "coroa" são iguais e H_1: as probabilidades dos resultados "cara" e "coroa" são diferentes. Neste caso, a evidência mais forte contra H_0 ocorre se forem obtidas cinco caras ou cinco coroas, que corresponde ao menor valor possível da probabilidade de significância. Calcule este valor. Para um nível de significância de 5%, qual seria sua decisão? Comente.