

## Revisão: gramáticas (parte 1)

### Definições

### Hierarquia de Chomsky

Prof. Thiago A. S. Pardo  
taspardo@icmc.usp.br

## Definições

- **Alfabeto ou vocabulário**: conjunto finito não vazio de símbolos; símbolo é um elemento qualquer de um alfabeto
  - Exemplo: {a,b}, {0,1,2,3,4,5}
- **Cadeia**: concatenação de símbolos de um alfabeto; define-se como cadeia vazia ou nula uma cadeia que não contém símbolo algum
  - Exemplo: aab, 12304,  $\lambda$  (cadeia nula)

## Definições

- **Comprimento da cadeia:** número de símbolos da cadeia
  - Exemplo:  $|aab|=3$ ,  $|12304|=5$ ,  $|\lambda|=0$
  
- **Linguagem:** coleção de cadeias de comprimento finito; cada cadeia é uma “sentença” da linguagem
  - Exemplo:  $\{ab, bc\}$ ,  $\{ab^n, a^n b: n \geq 0\}$

3

## Definições

- **Representação de linguagens:** 3 mecanismos básicos
  - Enumeração exaustiva das cadeias
    - Viável somente para conjuntos pequenos
  
  - Regras de aceitação de cadeias
    - Reconhecedores, autômatos
  
  - Leis de formação: gramática

4

## Gramáticas

- Formalmente, as gramáticas são definidas por quádruplas
  - $G=(V_n, V_t, P, S)$ 
    - $V_n$ : conjunto de símbolos não-terminais da gramática
    - $V_t$ : conjunto de símbolos terminais da gramática, os quais constituem as sentenças da linguagem
    - $P$ : regras de produção, responsáveis por produzir as sentenças da linguagem
    - $S$ : símbolo inicial da gramática, por onde se começa a derivação de sentenças

5

## Gramáticas

- Exemplo
  - $G=({S,A,B}, \{a,b\}, P, S)$   
 $P: S \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow a$   
 $B \rightarrow bB \mid b$
  - Qual a linguagem produzida por essa gramática?
  - Faça a árvore de derivação para a cadeia abb

6

## Gramáticas

- Exercício: qual a linguagem da gramática abaixo?

- $G = (\{A, B\}, \{0, 1\}, P, A)$

- P:  $A \rightarrow 0A \mid B$

- $B \rightarrow 1B \mid \lambda$

7

## Gramáticas

- Duas gramáticas  $G_1$  e  $G_2$  são **equivalentes** se produzem a mesma linguagem
  - $L(G_1) = L(G_2)$
- Uma **sentença é ambígua** se existem duas ou mais seqüências de derivação que a define
- Uma **gramática é ambígua** se possui alguma sentença ambígua
- Exemplo: essa gramática é ambígua?

$$S \rightarrow A B$$

$$A \rightarrow A A \mid B \mid a$$

$$B \rightarrow B c d \mid A$$

Teste para a sentença aaacd

8

## Classes de gramáticas

- Conforme as restrições impostas ao formato das produções de uma gramática, a **classe de linguagens** que tal gramática gera varia correspondentemente
- A teoria mostra que há quatro classes de gramáticas capazes de gerar quatro classes correspondentes de linguagens, de acordo com a denominada **Hierarquia de Chomsky**
  - Gramáticas com Estrutura de Frase ou Tipo 0
  - Gramáticas Sensíveis ao Contexto ou Tipo 1
  - Gramáticas Livres de Contexto ou Tipo 2
  - Gramáticas Regulares ou Tipo 3

9

## Gramáticas com estrutura de frase ou irrestritas

- Nenhuma restrição é imposta
  - Produções são da forma
    - $\alpha \rightarrow \beta, \alpha \in (V_n \cup V_t)^+, \beta \in (V_n \cup V_t)^*$
  - Exemplo: qual a linguagem?
    - $G = (\{A, B, C\}, \{a, b\}, P, A)$ 
      - P:  $A \rightarrow BC$
      - $BC \rightarrow CB$
      - $B \rightarrow b$
      - $C \rightarrow a$
- $L(G) = \{ba, ab\}$

10

## Gramáticas sensíveis ao contexto

- Restrição: nenhuma substituição pode reduzir o comprimento da forma sentencial
- $\beta A \gamma \rightarrow \beta a \gamma$ 
  - A é substituído por a se estiver no contexto de  $\beta$  e  $\gamma$
- Produções são da forma
  - $\alpha \rightarrow \beta$ ,  $\alpha$  e  $\beta \in (V_n \cup V_t)^+$ ,  $|\alpha| \leq |\beta|$

11

## Gramáticas sensíveis ao contexto

- Exemplo: qual a linguagem?

- $G = (\{S, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$$P: S \rightarrow aSBC$$

$$S \rightarrow aBC$$

$$CB \rightarrow BC$$

$$aB \rightarrow ab$$

$$bB \rightarrow bb$$

$$bC \rightarrow bc$$

$$cC \rightarrow cc$$

$$L(G) = \{a^n b^n c^n\}$$

12

## Gramáticas livres de contexto

- Restrição: no lado esquerdo da regra há apenas um símbolo não-terminal
- Exemplo: qual a linguagem?

- $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$   
 $P: S \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow aA \mid a$   
 $B \rightarrow bB \mid b$

$L(G) = \{a^n b^m\}$

13

## Gramáticas regulares

- Produções restritas a:
  - $A \rightarrow aB$
  - $A \rightarrow a$
  - $A \rightarrow \lambda$

$A, B \in V_n, a \in V_t$

- Exemplo: qual a linguagem?

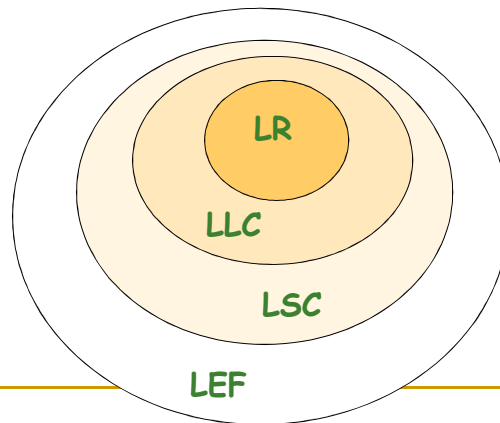
- $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$   
 $P: S \rightarrow aS$   
 $S \rightarrow b$

$L(G) = \{a^n b\}$

14

## Gramáticas

- Hierarquia de Chomsky
  - Uma linguagem de qualquer tipo pode ser também de tipo menor



15

## Gramáticas

- Qual o tipo das linguagens de programação?

16