

Gramáticas 2

A sentença vazia e as GSC, GLC e GR

A sentença vazia

- Como definimos os tipos de gramáticas, λ não aparece nas LDC, LLC e LR.
- Mas, como gramáticas representam representações finitas para linguagens, então se L tem uma descrição finita, $L1 = L \cup \{\lambda\}$ também tem.
- Iremos estender a definição das GSC, GLC e GR para permitir produções da forma: $S \rightarrow \lambda$ e providenciar que S não apareça do lado direito das regras.
- Desta forma, a produção $S \rightarrow \lambda$ pode ser usada somente como primeiro passo na derivação.

- Lema 2.1 (H&U, 69)

- Prova:

Seja S_1 um símbolo não pertencente a V_n ou V_t . Seja $G_1 = (V_n \cup \{S_1\}, V_t, P_1, S_1)$

P_1 consiste de todas as produções de P , mais todas as produções da forma $S_1 \rightarrow \alpha$ onde $S \rightarrow \alpha$ é uma de P .

Por S_1 não pertencer a V_n ou V_t ele não aparece do lado direito de P_1 .

- Teo 2.1 (H&U, 69) Se L é LSC, ou LLC ou LR então $L \cup \{\lambda\}$ e $L - \{\lambda\}$ também são LSC, LLC e LR, respectivamente.

- Prova:

Usa Lema 2.1 para criar uma nova GSC $G = (V_n, V_t, P, S)$

Definimos $G_1 = (V_n, V_t, P_1, S)$, onde P_1 é P mais a produção $S \rightarrow \lambda$. S não aparece do lado direito de qq produção de P_1 .

Assim, $S \rightarrow \lambda$ se for usada é a primeira produção que vai ser aplicada e a única a ser usada em uma derivação.

Razão dos cuidados

Seja $G = (\{S\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P = \{ S \rightarrow aSc$

$S \rightarrow b \}$

$L(G) = \{ a^n b c^n \mid n \geq 0 \}$

Se simplesmente colocou $S \rightarrow \lambda$ sem seguir o Lema 2.1 e Teo 2.1 tenho:

$P = \{ S \rightarrow aSc \mid b \mid \lambda \}$

E gera também **ac** que não pertencem a $L(G)$

Exercícios

1) Seja $G = (\{S, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P = \{$

1. $S \rightarrow aSBC$	2. $S \rightarrow aBC$
3. $CB \rightarrow BC$	4. $aB \rightarrow ab$
5. $bB \rightarrow bb$	6. $bC \rightarrow bc$
7. $cC \rightarrow cc$	

$\}$

que gera $L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$

Encontrar a gramática para a $L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

2) Construa uma **GR** para a linguagem $= \{0^n 1^m \mid n, m \geq 0\}$

Nós podemos encontrar a gramática $G1 = (\{S, B, C\} \cup \{S1\}, \{a, b, c\}, P1, S1)$

que gera $L(G)$, definindo $P1$ com as sete produções de P mais as produções $S1 \rightarrow aSBC$ e $S1 \rightarrow aBC$ (pelo Lema 2.1).

Portanto, $L(G1) = L(G)$.

Nós podemos adicionar λ a $L(G1)$ definindo a gramática $G2 = (\{S, S1, B, C\}, \{a, b, c\}, P2, S1)$ onde $P2 = P1 \cup \{S1 \rightarrow \lambda\}$.

Então $L(G2) = L(G1) \cup \{\lambda\} = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$
pelo Teo 2.1

Para o exemplo 2)

- Cadeias mínimas: λ pertence à linguagem, somente 0^n e somente 1^m também, além do padrão $0^n 1^m$
- Para ser LR o λ deve ser colocado adequadamente nas regras (o símbolo inicial não pode aparecer do lado direito de qq produção).

$$G = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P, S)$$

$$P = \{ S \rightarrow \lambda \mid 0 \mid 0A \mid 1 \mid 1B$$

$$A \rightarrow 0 \mid 0A \mid 1 \mid 1B$$

$$B \rightarrow 1 \mid 1B \}$$

Uso restrito da cadeia nula

- Neste curso, **evitamos** usar produções vazias ($A \rightarrow \lambda$) deliberadamente nas **GLC** e **GR** como é comum nos livros textos:
 - Hopcroft, Motwani & Ullman: Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation, Addison-Wesley, 2001.
 - Menezes, P.B. Linguagens Formais e Autômatos. Série Livros didáticos 3, IF UFRGS, 5ª edição, 2008, editora Bookman.
- pois esta é uma das produções que podem ser **descartadas** de uma gramática sem prejuízo, para criar uma **gramática simplificada**. A simplificação está implementada no JFLAP.
- Outras operações de simplificação envolvem descartar:
 - Símbolos inúteis (terminais e não terminais que não geram palavras)
 - Produções que substituem variáveis ($A \rightarrow B$)