7a. Lista de Exercícios de Álgebra Linear 12.09.2012

1. Mostre que se $V = W_1 \oplus W_2$ e $B_1 = \{v_1, \cdots, v_k\}$ é uma base de W_1 e $B_2 = \{w_1, \cdots, w_r\}$ é uma base de W_2 então $C = \{v_1, \cdots, v_k, w_1, \cdots, w_r\}$ é uma base de V.

Mostre com um exemplo que o resultado não continua verdadeiro se a soma de subespaços não for direta.

2. Se $M_B^C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ determine

1. v_B onde $v_C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. v_C onde $v_B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. Sejam $B = \{x_0, x_1, \cdots, x_6\}$ e $C = \{y_0, y_1, \cdots, y_6\}$, onde x_k é a função $\cos^k t$ e y_k é a função $\cos(kt)$. Para as questões a seguir, as seguintes identidades trigonométricas serão úteis.

$$\begin{aligned}
\cos(2t) &= -1 + 2\cos^2 t \\
\cos(3t) &= -3\cos t + 4\cos^3 t \\
\cos(4t) &= 1 - 8\cos^2 t + 8\cos^4 t \\
\cos(5t) &= 5\cos t - 20\cos^3 t + 16\cos^5 t \\
\cos(6t) &= -1 + 18\cos^2 t - 48\cos^4 t + 32\cos^2 t
\end{aligned}$$

1. Mostre que B e C geram o mesmo subespaço vetorial H.

2. Explique por que B e C são bases.

3. Encontre as matrizes de mudança M_B^C e M_C^B.

4. Use M_B^C ou M_C^B para calcular a integral $\displaystyle\int (5\cos^3 t - 6\cos^4 t + 5\cos^5 t - 12\cos^6 t)\, dt$.