

O vetor aleatório $(X_1, X_2)^\top$ tem função densidade tal que

$$f(x_1, x_2) \propto (x_1 x_2)^n \left(\prod_{i=1}^n a_i \right)^{x_1 - 1} \exp \left(-x_2 \sum_{i=1}^n a_i^{x_1} \right) \exp(-x_1) x_2^{-0,999} \exp(-0,001 x_2),$$

para $x_1 > 0$ e $x_2 > 0$ e $f(x_1, x_2) = 0$, caso contrário. O vetor $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n)^\top$ tem $n = 12$ elementos dados por

$$0,56 \quad 2,26 \quad 1,90 \quad 0,94 \quad 1,40 \quad 1,39 \quad 1,00 \quad 1,45 \quad 2,32 \quad 2,08 \quad 0,89 \quad 1,68.$$

1. Utilizando a distribuição proposta

$$q(y_1, y_2, x_1, x_2) = \frac{1}{x_1 x_2} \exp \left(-\frac{y_1}{x_1} - \frac{y_2}{x_2} \right), \quad (1)$$

implemente um amostrador para a distribuição de $(X_1, X_2)^\top$. A distribuição em (1) representa o produto de duas distribuições exponenciais independentes com médias x_1 e x_2 .

2. Apresente uma estimativa da taxa de aceitação de candidatos gerados.
3. Apresente os gráficos das cadeias geradas.
4. Apresente o histograma das amostras de X_1 e X_2 , assim como estimativas de suas funções densidade.
5. Apresente medidas resumo das distribuições de X_1 e X_2 .
6. A distribuição condicional completa de X_2 é conhecida?
Se a resposta for “sim”, descreva como resolver o item 1. Não é necessário implementar.

A verificação da convergência e a escolha do espaçamento podem ser efetuadas com base nos gráficos das cadeias geradas.