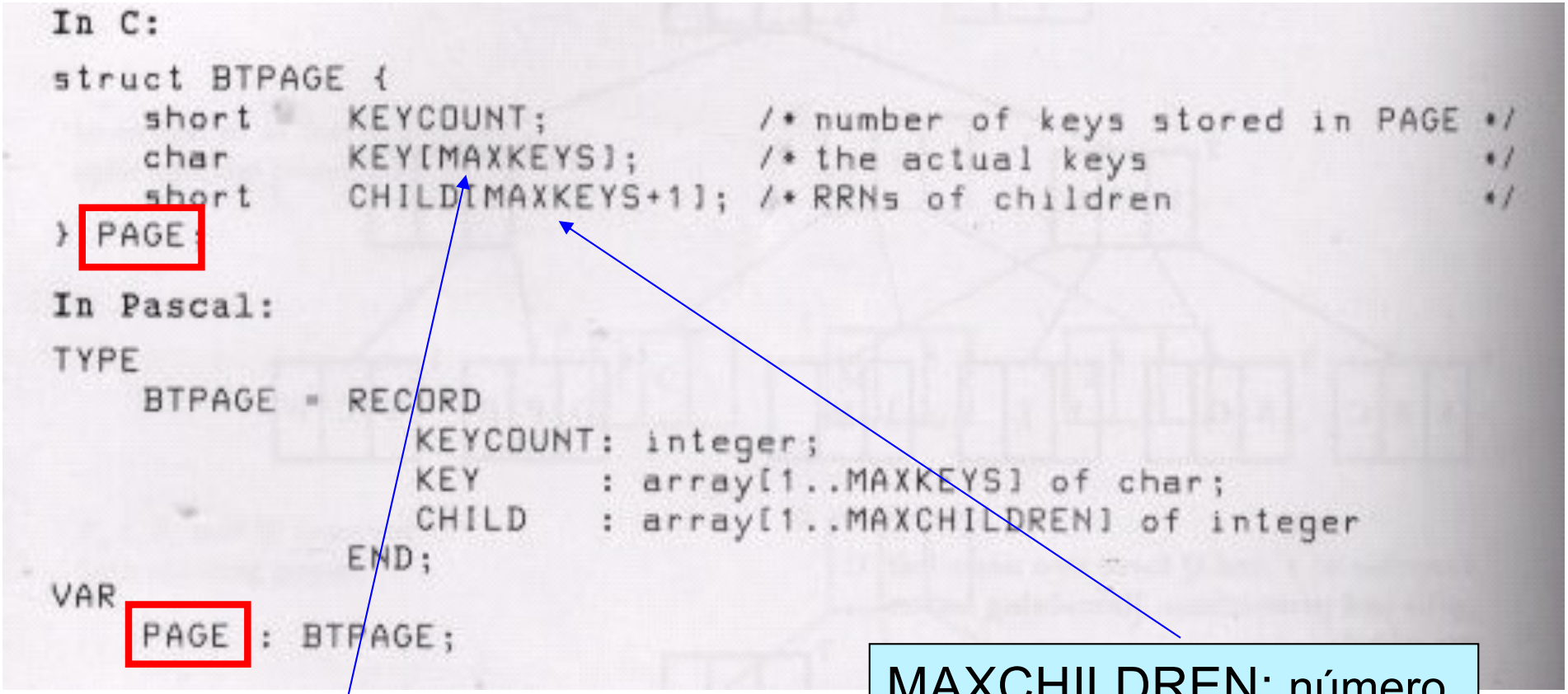
Árvores-B: Algoritmos de Pesquisa e de Inserção

Profa. Dra. Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

Algoritmos

- Estrutura de dados
  - determina cada página de disco
  - pode ser implementada de diferentes formas
- Implementação adotada
  - contador de ocupação $\Rightarrow$ número de chaves por página
  - chaves $\Rightarrow$ caracteres
  - ponteiros $\Rightarrow$ campos de referência para cada chave

Declaração da Página

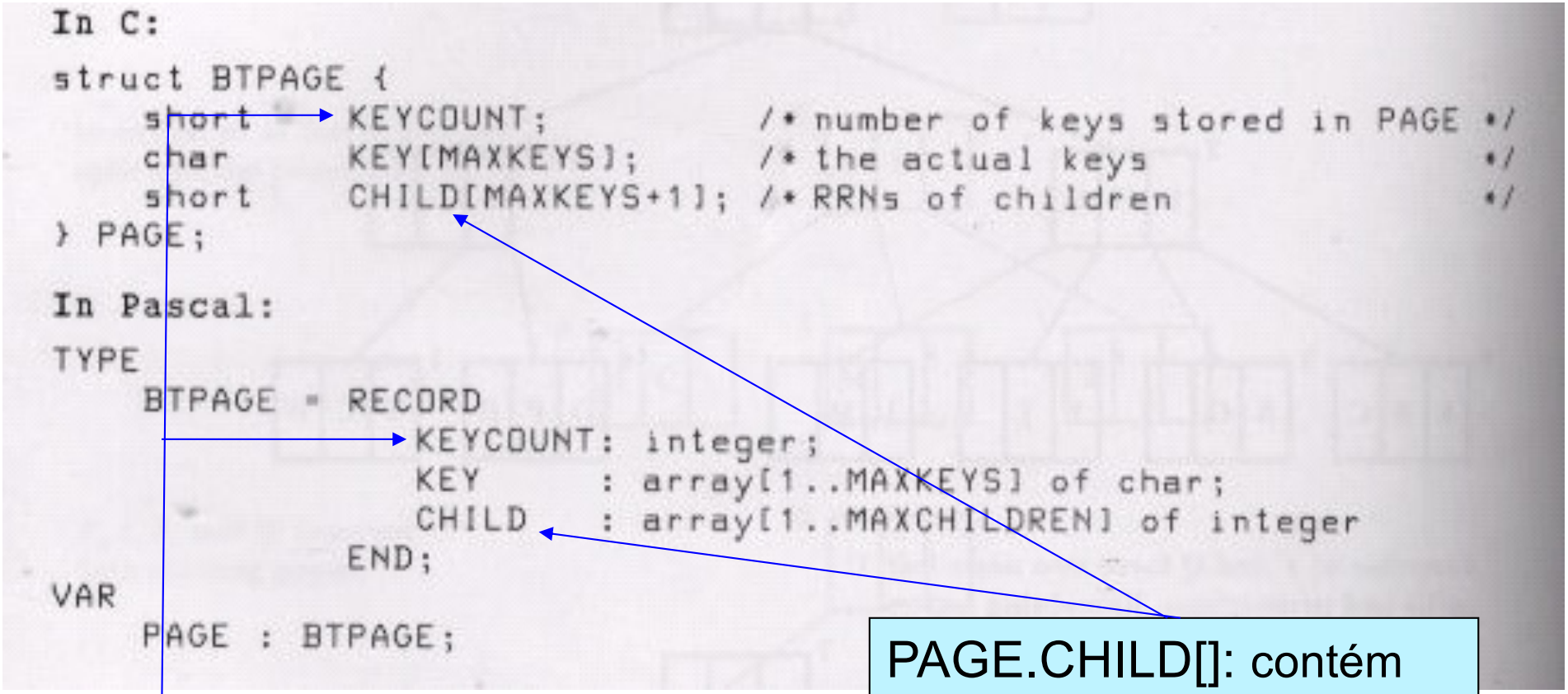


```
In C:

struct BTPAGE {
    short   KEYCOUNT;           /* number of keys stored in PAGE */
    char    KEY[MAXKEYS];       /* the actual keys               */
    short   CHILD[MAXKEYS+1];   /* RRNs of children              */
} PAGE;

In Pascal:

TYPE
    BTPAGE = RECORD
               KEYCOUNT: integer;
               KEY     : array[1..MAXKEYS] of char;
               CHILD   : array[1..MAXCHILDREN] of integer
             END;
VAR
    PAGE : BTPAGE;
```

MAXKEYS: número máximo de chaves por página de disco

MAXCHILDREN: número máximo de ponteiros para páginas de disco

Declaração da Página

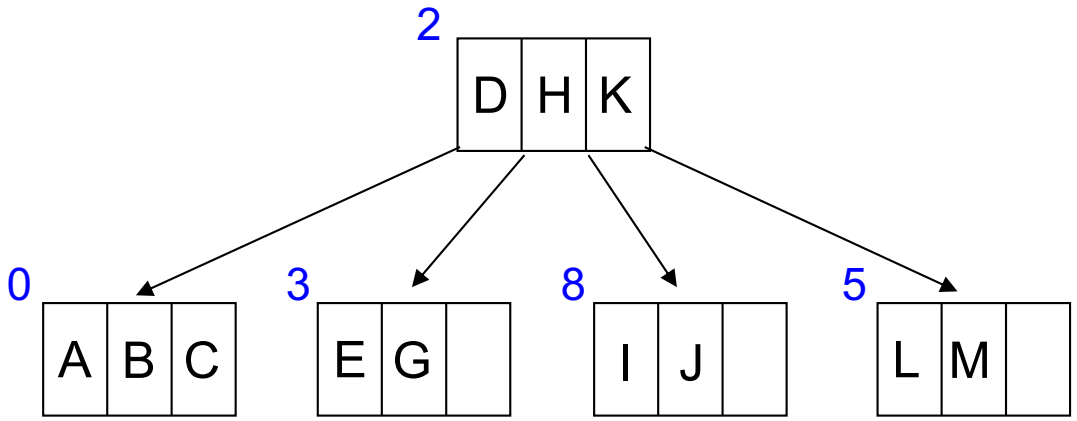


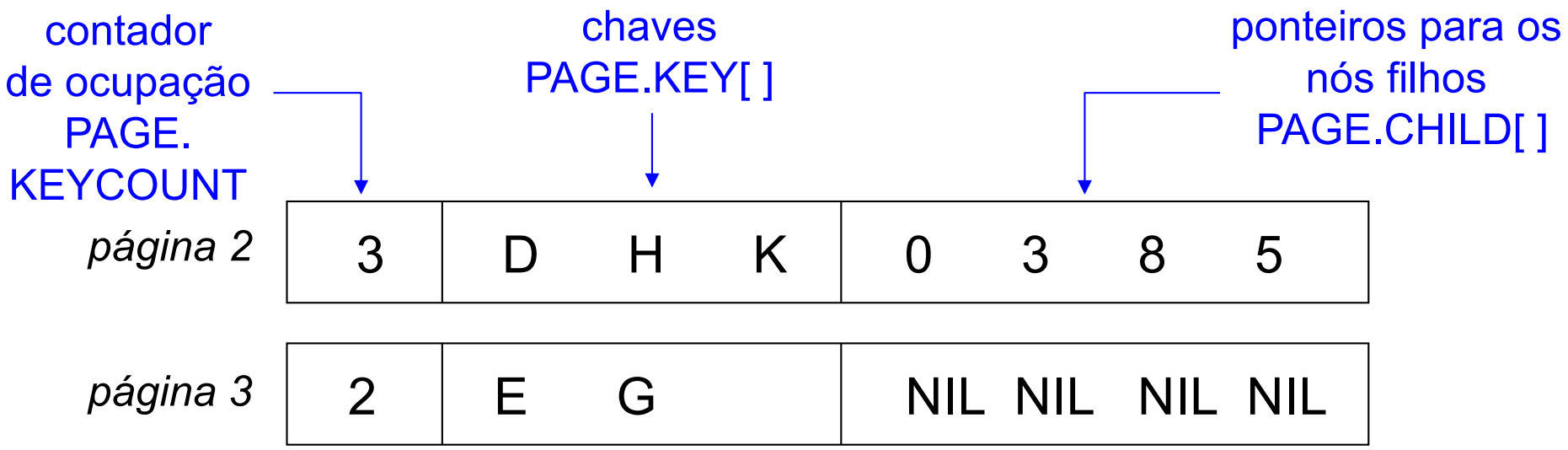
```
In C:

struct BTPAGE {
    short   KEYCOUNT;           /* number of keys stored in PAGE */
    char    KEY[MAXKEYS];       /* the actual keys               */
    short   CHILD[MAXKEYS+1];   /* RRNs of children              */
} PAGE;

In Pascal:

TYPE
    BTPAGE = RECORD
               KEYCOUNT: integer;
               KEY     : array[1..MAXKEYS] of char;
               CHILD   : array[1..MAXCHILDREN] of integer
             END;
VAR
    PAGE : BTPAGE;
```

PAGE.KEYCOUNT: determina se a página está cheia ou não

PAGE.CHILD[]: contém os RRN dos nós-filhos ou -1 (ou NIL) se não houver descendentes

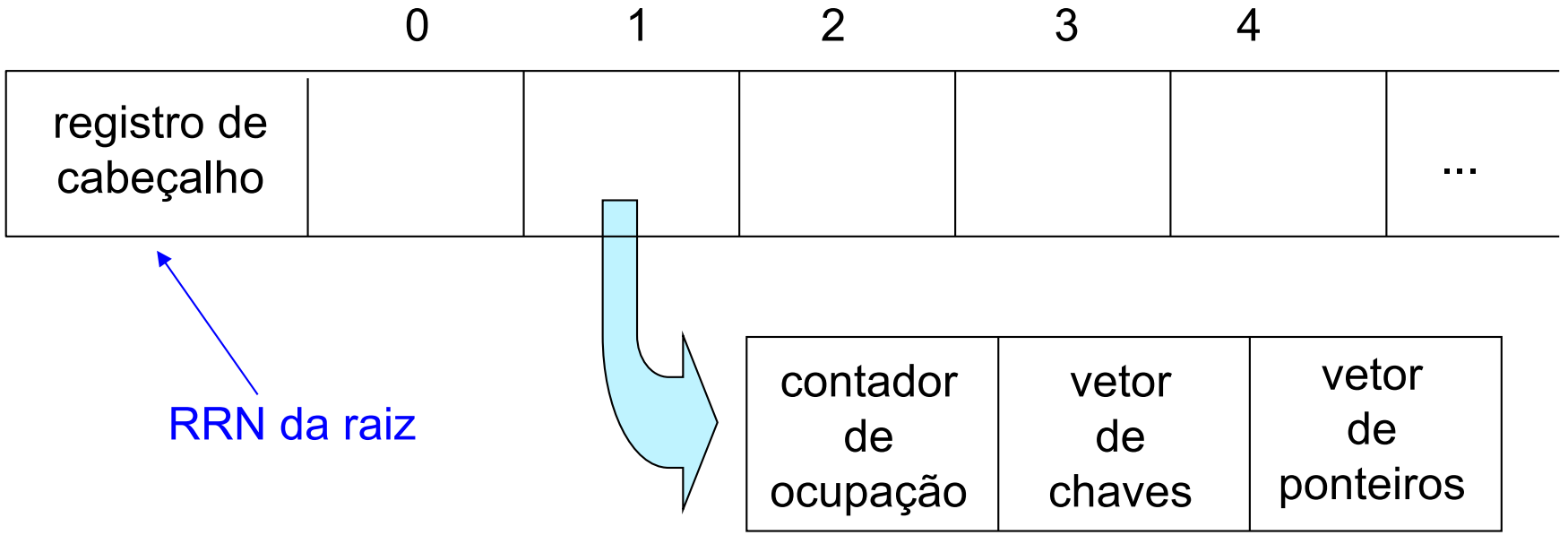
Arquivo da Árvore-B





Arquivo da Árvore-B

- Conjunto de registros de tamanho fixo



- Cada registro
  - ocupa uma página de disco

Algoritmos

- Operações básicas
  - pesquisa, inserção e remoção
- Características gerais
  - recursivos
  - dois estágios de processamento
    - em páginas inteiras *e então*
    - dentro das páginas

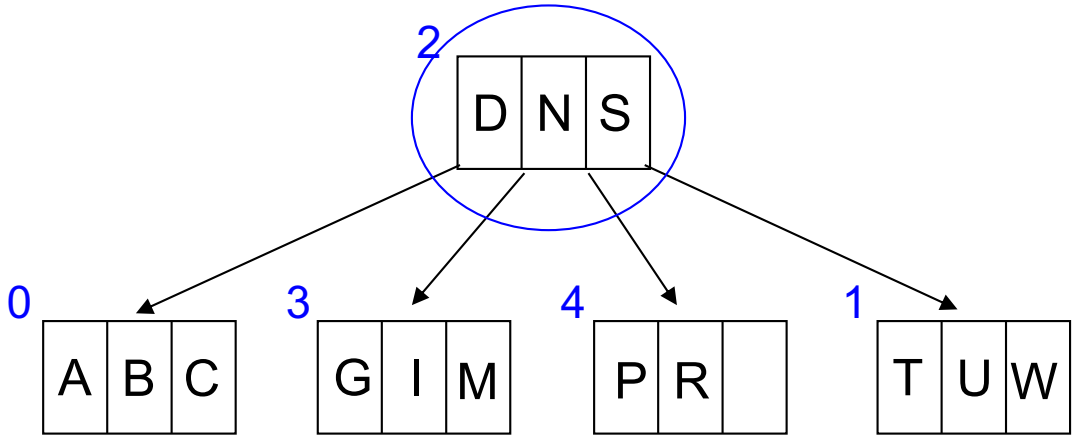
Algoritmo: Pesquisa (1/2)

```
FUNCTION: search (RRN,          página a ser pesquisada
                  KEY,          chave sendo procurada
                  FOUND_RRN,    página que contém a chave
                  FOUND_POS)    posição da chave na página
  if  RRN == NIL then
     return NOT FOUND           chave de busca não encontrada
  else
     read page RRN into PAGE    leia o bloco apontado por RRN na
                                variável PAGE

    look through PAGE for KEY, setting POS equal to the position
       where KEY occurs or should occur
                  pesquisa a página procurando a chave de busca
```

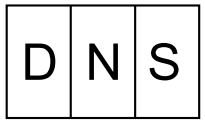
Algoritmo: Pesquisa (2/2)

```
if KEY was found then
    FOUND_RRN := RRN        RRN corrente contém a chave
    FOUND_POS := POS
    return FOUND            chave de busca encontrada

else                        a chave de busca não foi encontrada, portanto
                            procura a chave de busca no nó filho
    return (search(PAGE.CHILD[POS], KEY, FOUND_RRN,
                   FOUND_POS))
endif
endif
end FUNCTION
```

Busca da Chave K



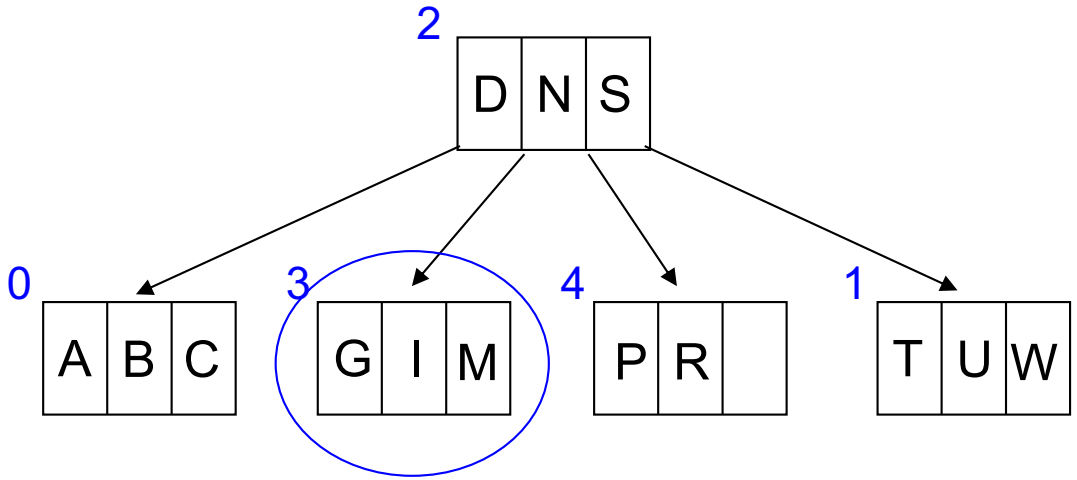
- search (2, K, FOUND_RRN, FOUND_POS)

PAGE = 

não existe → POS = 1

... PAGE.CHILD[1]

Busca da Chave K



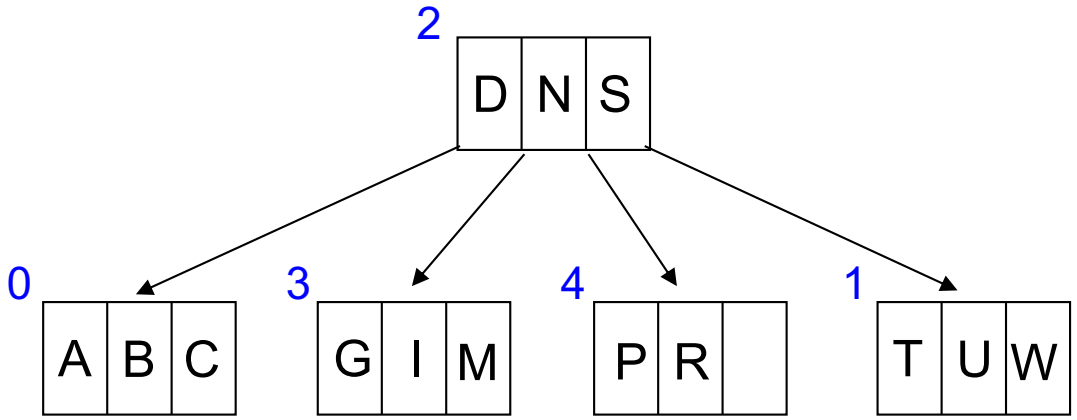
- search (PAGE.CHILD[1], K, FOUND_RRN, FOUND_POS)

PAGE = | G | I | M |

não existe → POS = 2

... PAGE.CHILD[2]

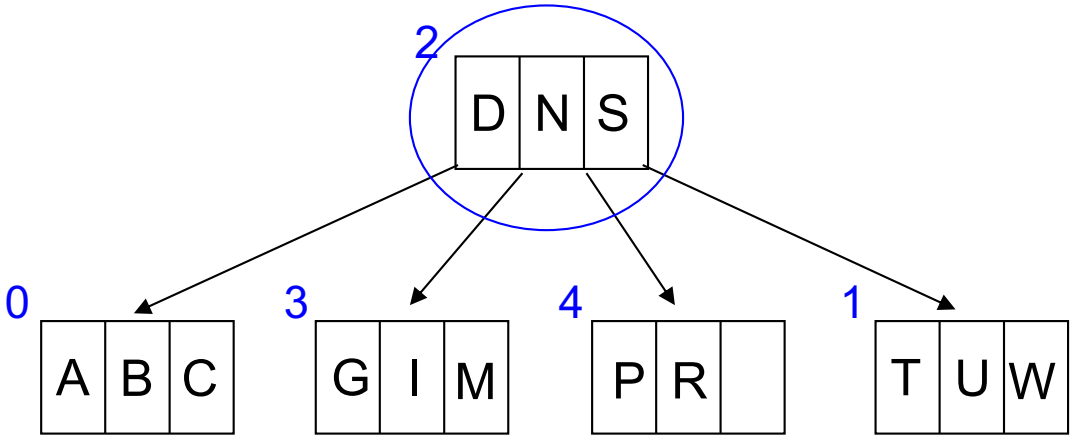
Busca da Chave K



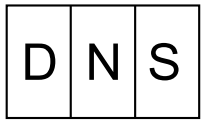
- search (PAGE.CHILD[2], K, FOUND_RRN, FOUND_POS)

PAGE.CHILD[2] = NIL → chave de busca não encontrada
return NOT FOUND

Busca da Chave M

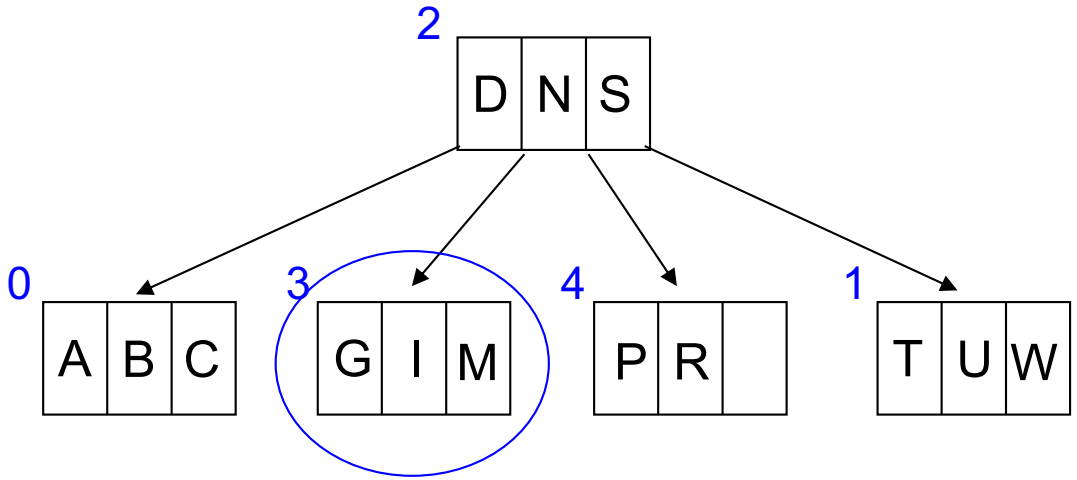


- search (2, M, FOUND_RRN, FOUND_POS)

PAGE = 

não existe → POS = 1

Busca da Chave M



- search (PAGE.CHILD[1], M, FOUND_RRN, FOUND_POS)

PAGE = G I M

chave de busca encontrada

POS = FOUND_POS = 2

FOUND_RRN = 3

return FOUND

Algoritmos: Inserção

- Observações gerais
  - inicia-se com uma pesquisa que desce até o nível dos nós folhas
  - uma vez escolhido o nó folha no qual a nova chave deve ser inserida, os processos de inserção, particionamento (i.e., *split*) e promoção (i.e., *promotion*) propagam-se em direção à raiz
    - construção *bottom-up*

Algoritmos: Inserção

- Fases (procedimento recursivo)
  - busca pela página
    - pesquisa da página antes da chamada recursiva
  - chamada recursiva
    - move a operação para os níveis inferiores da árvore
  - inserção, *split* e *promotion*
    - executados após a chamada recursiva
    - ➢ a propagação destes processos ocorre no retorno da chamada recursiva

caminho inverso ao da pesquisa

Função Insert

insert (CURRENT_RRN, KEY, PROMO_KEY, PROMO_R_CHILD)

- Parâmetros
  - CURRENT_RRN
    - RRN da página da árvore-B que está atualmente em uso (inicialmente, a raiz)
  - KEY
    - a chave a ser inserida
  - PROMO_KEY // parâmetro de retorno da recursão
    - retorna a chave promovida, caso a inserção resulte no particionamento e na promoção da chave

Função Insert

insert (CURRENT_RRN, KEY, PROMO_KEY, PROMO_R_CHILD)

- Parâmetros
  - PROMO_R_CHILD // parâmetro de retorno da recursão
    - retorna o ponteiro para o filho direito de PROMO_KEY
    - ➢ quando ocorre um particionamento, não somente a chave promovida deve ser inserida em um nó de nível mais alto da árvore, mas também deve ser inserido o RRN da nova página criada no particionamento

Função Insert

insert (CURRENT_RRN, KEY, PROMO_KEY, PROMO_R_CHILD)

- Valores de retorno
  - PROMOTION
    - quando uma inserção é feita e uma chave é promovida ⇒ nó cheio (i.e., overflow)
  - NO PROMOTION
    - quando uma inserção é feita e nenhuma chave é promovida ⇒ nó com espaço livre
  - ERROR
    - quando uma chave sendo inserida já existe na árvore-B ⇒ índice de chave primária

Função Insert

insert (CURRENT_RRN, KEY, PROMO_KEY, PROMO_R_CHILD)

- Variáveis locais
  - PAGE
    - página de disco correntemente examinada pela função
  - NEWPAGE
    - página de disco nova resultante do particionamento
  - POS
    - posição na página (i.e., PAGE) na qual a chave ocorre ou deveria ocorrer

Função Insert

insert (CURRENT_RRN, KEY, PROMO_KEY, PROMO_R_CHILD)

- Variáveis locais
  - P_B_KEY
    - chave promovida do nível inferior para ser inserida em PAGE
  - P_B_RRN
    - RRN promovido do nível inferior para ser inserido em PAGE
    - ➢ filho à direita de P_B_KEY

Algoritmo: Inserção (1/3)

```
FUNCTION: insert (CURRENT_RRN,  página a ser pesquisada
                  KEY,  chave a ser inserida
                  PROMO_R_CHILD,  RRN filho direito PROMO_KEY
                  PROMO_KEY)  chave promovida
  if  CURRENT_RRN == NIL then   construção a partir das folhas (bottom)
     PROMO_KEY = KEY
     PROMO_R_CHILD = NIL
     return PROMOTION
  else ….
                  se a página não é um nó folha, a função é chamada
                  recursivamente até que ela encontre uma KEY ou
                  chegue o nó folha
```

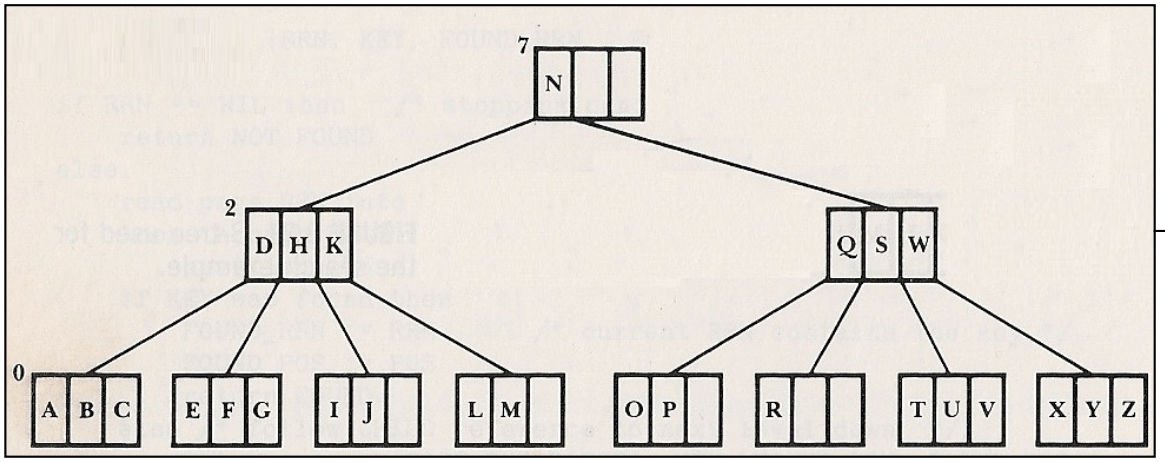
Algoritmo: Inserção (2/3)

```
read page at CURRENT_RRN into PAGE
search for KEY in PAGE, setting POS to be equal to the position
      where KEY occurs or should occur
                  pesquisa a página procurando a chave de busca

if KEY was found then
   issue error message indicating duplicate key
   return ERRO          chave de busca já existe

                  a chave de busca não foi encontrada, portanto
                  procura a chave de busca no nó filho
RETURN_VALUE = insert ( PAGE.CHILD[POS], KEY,
                                 P_B_RRN, P_B_KEY )
```

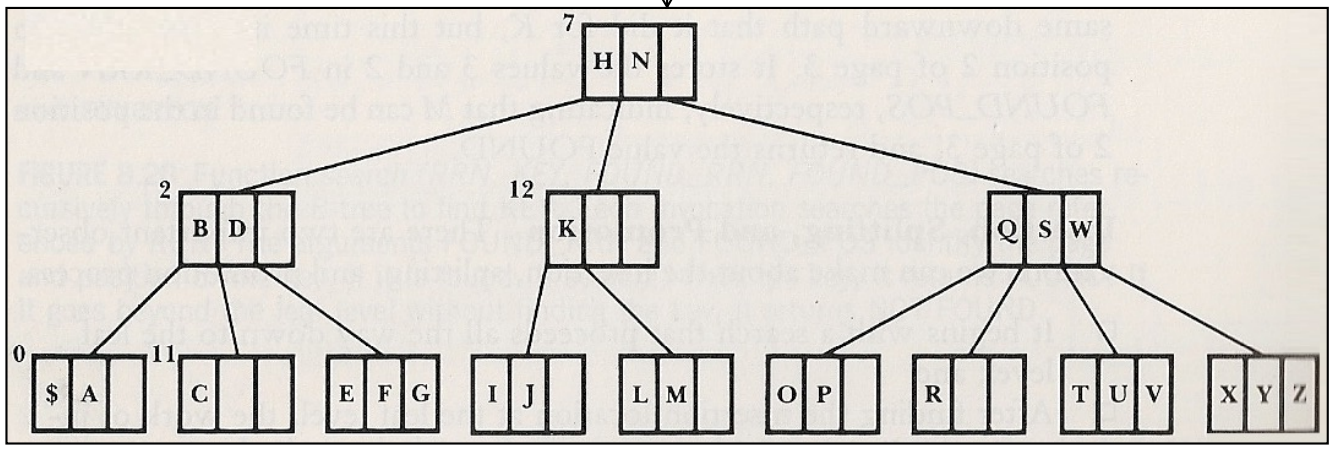
Algoritmo: Inserção (3/3)

```
if RETURN_VALUE == NO PROMOTION or ERROR then
    return RETURN_VALUE
elseif there is space in PAGE for P_B_KEY then
    insert P_B_KEY and P_B_RRN in PAGE
    return NO PROMOTION      inserção sem particionamento
else    inserção com particionamento, indicando chave promovida
    split (P_B_KEY, P_B_RRN, PAGE, PROMO_KEY,
           PROMO_R_CHILD, NEWPAGE)
    write PAGE to file at CURRENT_RRN
    write NEWPAGE to file at RRN PROMO_R_CHILD
    return PROMOTION
endif
end FUNCTION
```

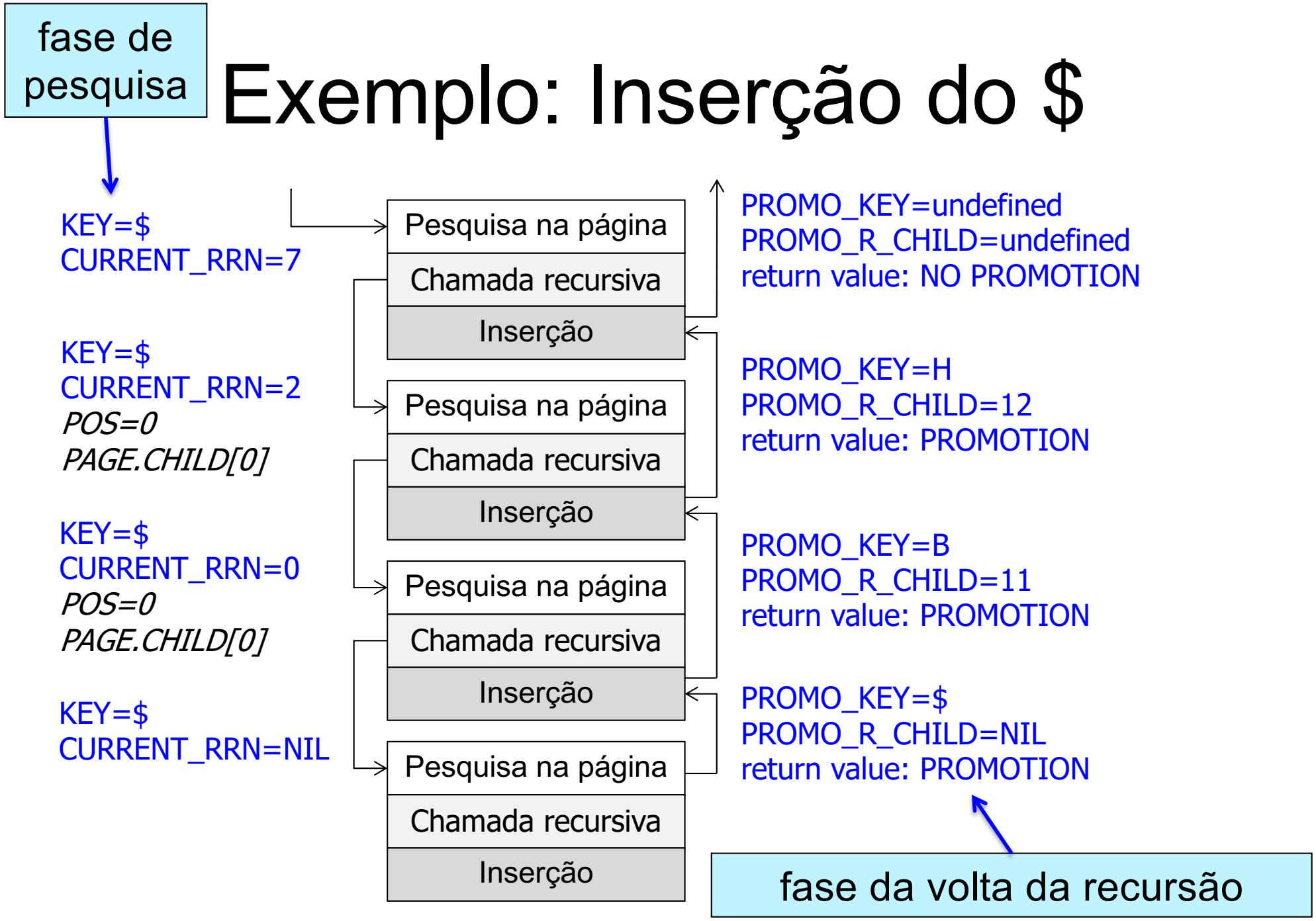
Exemplo: Inserção do $



inserindo $,
sendo que $ < A



Exemplo: Inserção do $



Observações

- Fase de pesquisa
  - somente CURRENT_RRN é modificado à medida que ocorre a recursão no caminho de busca da árvore
  - termina quando CURRENT_RRN = NIL
- Fase da volta da recursão
  - executa a lógica da inserção e do *split*
    - *se o valor retornado é PROMOTION, insere-se uma chave no nível corrente*
    - *caso contrário, apenas retorna para o nível superior*

Função Split

insert (I_KEY, I_RRN, PAGE, PROMO_KEY, PROMO_R_CHILD, NEWPAGE)

- Tratamento do *overflow* causado pela inserção de uma chave
  - cria uma nova página (i.e., NEWPAGE)
  - distribui as chaves o mais uniformemente possível entre PAGE e NEWPAGE
  - determina qual chave e qual RRN serão promovidos
    - PROMO_KEY
    - PROMO_R_CHILD

Algoritmo: Split (1/2)

PROCEDURE: split (I_KEY, nova chave a ser inserida
I_RRN, filho a direita da nova chave a ser inserida
PAGE, página de disco corrente
PROMO_KEY, chave promovida
PROMO_R_CHILD, filho a direita da chave promovida
NEWPAGE) nova página de disco

copy all keys and pointers from PAGE into a working page that can hold one extra key and child

insert I_KEY and I_RRN into their proper place in the working page

allocate and initialize a new page in the B-tree file to hold NEWPAGE

Algoritmo: Split (2/2)

set PROMO_KEY to the value of middle key, which will be promoted after the split

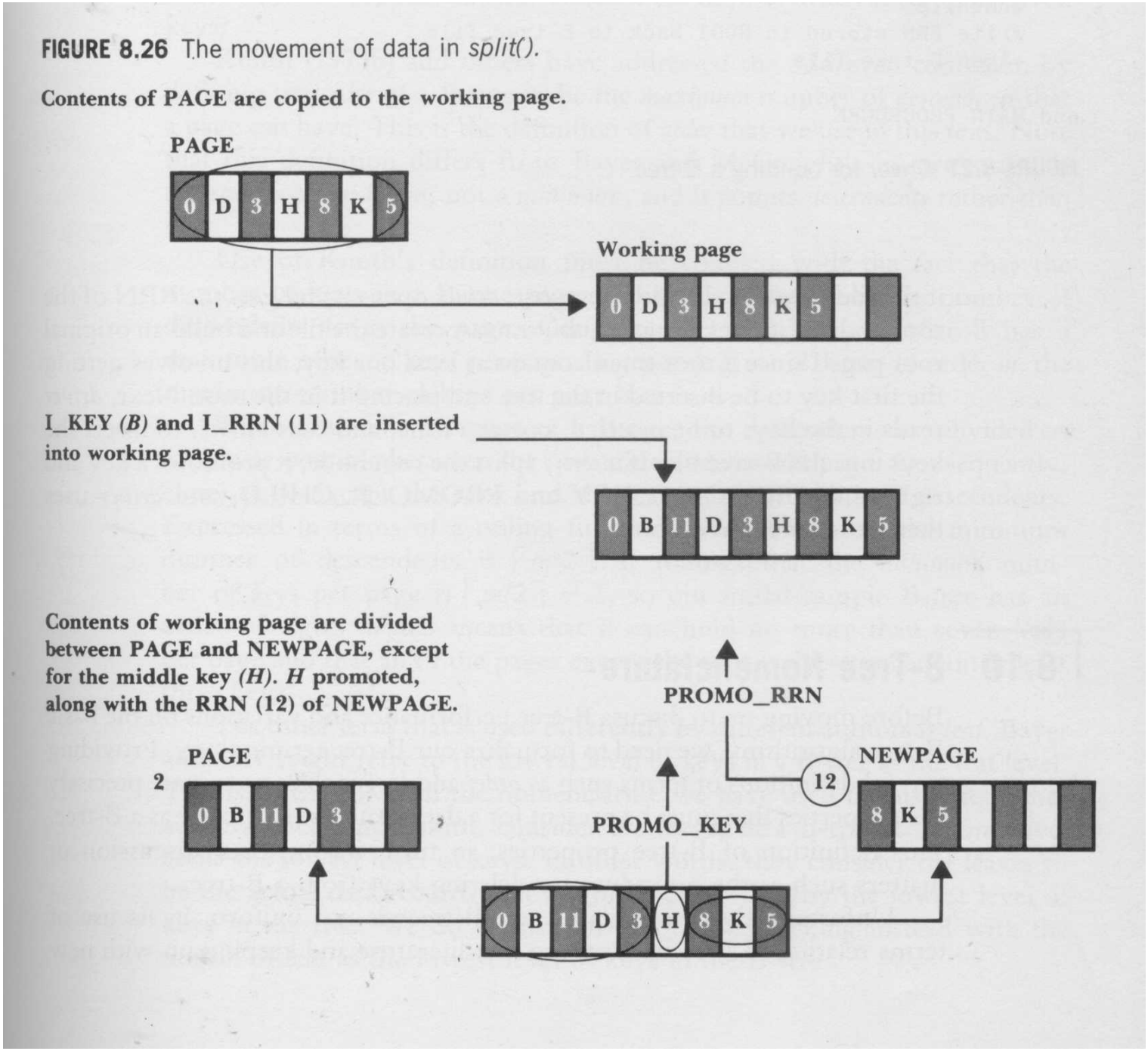
set PROMO_R_CHILD to RRN of NEWPAGE

copy keys and child pointers preceding PROMO_KEY from the working page to PAGE

copy keys and child pointers following PROMO_KEY from the working page to NEWPAGE

end PROCEDURE

FIGURE 8.26 The movement of data in *split()*.



Observações

- Somente uma chave é promovida
  - essa chave sai da página de trabalho corrente
- Todos os RRN dos nós filhos
  - transferidos de volta entre PAGE e NEWPAGE
- O RRN promovido é o de NEWPAGE
  - NEWPAGE é a descendente direita da chave promovida

Note que a função *split* move os dados!

Procedimento Driver

- Rotina inicializadora e de tratamento da raiz
  - abre ou cria o arquivo de índice (árvore-B)
  - identifica ou cria a página da raiz
  - lê chaves para serem armazenadas na árvore-B e chama insert( ) de forma apropriada
  - cria uma nova raiz quando insert( ) particionar a raiz corrente

Algoritmo: Driver

```
MAIN PROCEDURE : driver
    if  the B-tree file exists then
        open B-tree file
    else create a B-tree file and place the first key in the root
    get RRN of root page from file and store it in ROOT
    get a key and store it in KEY
    while keys exist
        if ( insert (ROOT, KEY, PROMO_R_CHILD, PROMO_KEY) == PROMOTION) then
            create a new root page with key := PROMO_KEY, left child := ROOT and
                    right child := PROMO_R_CHILD
            set ROOT to RRN of new root page
        get next key and store it in KEY
    endwhile
    write RRN stored in ROOT back to B-tree file
    close B-tree file
end MAIN PROCEDURE
```