USP/ICMC/SMA - TESTE 1B - SMA0333 - Cálculo III

17/03/2016

Nome: ______________________ **Nº USP:** ______________________

Instruções

1. Não se esqueça de colocar o nome e o número USP na prova.

2. A prova consta de 10 questões de múltipla escolha valendo $0,4$ ponto cada uma. Para cada uma destas questões de múltipla escolha, marque uma **ÚNICA** alternativa como resposta, **SEM RASURA**.

3. Transcreva as respostas **das questões de múltipla escolha** para a grade abaixo.

4. Você só poderá sair da sala de aula após entregar a sua prova.

5. O uso de quaisquer equipamentos eletrônicos é proibido. Inclusive, desligue e guarde o seu telefone celular. Portar em mãos ou utilizar quaisquer equipamentos eletrônicos durante a prova **resultará em anulação da sua avaliação.**

6. Esta prova é **individual.** Tentativas de consultar colegas, fornecer informações a colegas, consultar material bibliográfico, anotações pessoais, etc. **resultará na anulação da sua prova.**

7. Não se esqueça de assinar o termo de compromisso abaixo.

Termo de Compromisso

Eu, abaixo assinado, comprometo-me realizar esta avaliação de acordo com as instruções recebidas, de modo estritamente individual, sem consultar ou fornecer informações aos meus colegas, respeitando assim o propósito da avaliação, os meus colegas e professores bem como o Código de Ética da Universidade de São Paulo.

Assinatura:

BOA PROVA!

Questão	Resposta
1. V ou F?	a (V) b (F) c (V) d (V) e (V)
2.	(a) (✓) (c) (d) (e)
3.	(a) (b) (c) (d) (✓)
4.	(a) (b) (c) (✓) (e)
5.	(a) (b) (c) (d) (✓)
6.	(a) (b) (c) (✓) (e)
7.	(✓) (b) (c) (d) (e)
8.	(a) (b) (✓) (d) (e)
9.	(a) (b) (c) (d) (✓)
10.	(a) (b) (✓) (d) (e)

Nota: ______________

1. Marque V para verdadeiro e F para falso.

   (a) ( ) A sequência $\left(\dfrac{(-1)^n n + n^2}{n^2+1}\right)$ é convergente.

   (b) ( ) $e^n \cos \dfrac{n\pi}{4} \to +\infty$.

   (c) ( ) Se $x_n \to a$ e $x_n - y_n \to 0$, então $y_n \to a$.

   (d) ( ) $a_n \to L \Longrightarrow |a_n| \to |L|$.

   (e) ( ) Se (x_n) é uma sequência e $|x_{n+1} - x_n| < \dfrac{1}{n^2}$. Então (x_n) é uma sequência de Cauchy.

2. Quais afirmações são verdadeiras?

   I. Se $a_n \leq b_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e (a_n) é crescente e (b_n) é convergente, então (a_n) é convergente.

   II. Toda sequência positiva e decrescente converge para 0.

   III. Se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ é convergente, então $a_n \to 0$.

   (a) I e II
   (b) I e III
   (c) somente III
   (d) II e III
   (e) Todas

3. Quais das sequências convergem?

   I. $\dfrac{(-1)^n n}{2n+1}$ II. $\dfrac{n}{2n+1}$ III. $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

   (a) somente I.
   (b) somente II.
   (c) somente III.
   (d) somente I e II.
   (e) somente II e III.

4. Seja (a_n) uma sequência tal que $a_n \neq 0$ e

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| \leq r^n$$

   para cada $n \in \mathbb{N}$, onde $r \in (0, 1)$ está fixado. Podemos afirmar:

   (a) (a_n) é decrescente.
   (b) (a_n) é crescente.
   (c) (a_n) é divergente.
   (d) (a_n) converge para 0.
   (e) (a_n) não é limitada.

5. Determine se a série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n+1}}$ é convervente ou divergente. Se converge, encontre a soma.

(a) $\frac{2}{3}$

(b) $\frac{3}{2}$

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $\frac{4}{3}$

(e) 1

6. A série $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n n!}{n^n}$

(a) converge absolutamente.

(b) converge condicionalmente.

(c) converge pelo teste da comparação.

(d) diverge pelo teste da razão.

(e) converge pelo teste da série alternada.

7. A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n + \cos n}{n^{3/2}}$

(a) converge absolutamente

(b) converge condicionalmente

(c) diverge pelo teste da comparação

(d) diverge pelo teste da divergência

(e) diverge pelo teste da comparação no limite

8. Quais das seguintes séries convergem?

I. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}+1}$ II. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}+1}$ III. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(\ln n)}$

(a) somente I

(b) somente II

(c) somente III

(d) somente II e III

(e) I e II e III

9. Sendo $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{e^n}$, use os conceitos de séries alternadas para determinar os valores de k para os quais

$$\left| S - \sum_{n=1}^{k} \frac{(-1)^n}{e^n} \right| < 10^{-3}$$

(a) $k \geq 2$
(b) $k \geq 3$
(c) $k \geq 4$
(d) $k \geq 5$
(e) $k \geq 6$

(Caso seja útil, utilize que $2{,}3 < \ln 10 < 2{,}303$)

10. Das seguintes séries, quais convergem?

$$\text{I. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} \qquad \text{II. } \sum_{n=1}^{\infty} e^{2n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2} \qquad \text{III. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n 3^n}$$

(a) somente I
(b) somente II
(c) somente III
(d) somente I e II
(e) I, II e III