$3^{\underline{a}}$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE INT. À TEORIA DAS PROB. - SME0220

Exercício 1 (Hines et. al. E. 4-1, p. 90)**.** Um fabricante de refrigeradores submete seus produtos acabados a uma inspeção final. Duas categorias de defeitos são de interesse: arranhões ou falhas no acabamento da porcelana e defeitos mecânicos. O número de cada tipo de defeito é uma variável aleatória. Os resultados da inspeção de 50 refrigeradores estão mostrados na tabela seguinte, em que X representa a ocorrência de defeitos de acabamento e Y representa a ocorrência de defeitos mecânicos.

$Y\backslash X$	0	1	2	3	4	5
0	11/50	4/50	2/50	1/50	1/50	1/50
1	8/50	3/50	2/50	1/50		
2	4/50	3/50	2/50	1/50		
3	3/50	1/50				
4	1/50					

(a) Ache as distribuições marginais de X e Y.
(b) Ache a distribuição de probabilidade dos defeitos mecânicos, dado que não há defeitos de acabamento.
(c) Ache a distribuição de probabilidade dos defeitos de acabamento dado que não há defeitos mecânicos.

Exercício 2 (Hines et. al. E. 4-3, p. 91)**.** Sejam X_1 e X_2 os escores em um teste de inteligência geral e em um teste de preferência ocupacional, respectivamente. A função de densidade de probabilidade das variáveis aleatórias $[X_1, X_2]$ é dada por

$$f(x_1,x_2) = \begin{cases} \frac{k}{1000}, 0 \le x_1 \le 100, 0 \le x_2 \le 10, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Ache o valor apropriado de k.
(b) Ache as densidades marginais de X_1 e X_2.
(c) Ache a expressão para a função de distribuição acumulada $F(x_1, x_2)$.

Exercício 3 (Hines et. al. E. 4-4, p. 91)**.** Considere uma situação em que se medem a tensão superficial e a acidez de um produto químico. Essas variáveis são codificadas de tal modo que a tensão superficial é medida em uma escala $0 \le X_1 \le 2$ e a acidez é a medida em uma escala $2 \le X_2 \le 4$. A função de densidade de probabilidade de (X_1, X_2) é

$$f(x_1,x_2) = \begin{cases} k(6 - x_1 - x_2), 0 \le x_1 \le 2, 2 \le x_2 \le 4, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Ache o valor apropriado de k.
(b) Calcule a probabilidade de $X_1 < 1, X_2 < 3$.
(c) Calcule a probabilidade de $X_1 + X_2 \le 4$.
(d) Ache a probabilidade de $X_1 < 1,5$.
(e) Ache as densidades marginais de X_1 e de X_2.

Exercício 4 (Hines et. al. E. 4-6, p. 91)**.** Suponha que a densidade conjunta de (X, Y) seja

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(6 - x - y), 0 \le x_1 \le 2, 2 \le x_2 \le 4, \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}.$$

Ache as densidades condicionais $f_{X|y}(x)$ e $f_{Y|x}(y)$.

Exercício 5 (Hines et. al. E. 4-33, p. 93)**.** Suponha que X e Y sejam variáveis aleatórias que denotam a fração de um dia em que ocorre o pedido de mercadoria e a fração do dia em que ocorre o recebimento de um carregamento, respectivamente. A função densidade de probabilidade conjunta é

$$f(x,y) = \begin{cases} 1, 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Qual é a probabilidade de que ambos, o pedido de mercadoria e o recebimento de um carrgamento, ocorram na primeira metade do dia?
(b) Qual é a probabilidade de que um pedido de mercardoria ocorra depois do seu recebimento? Antes do seu recebimento?

Exercício 6 (Walpole et. al. E. 3.55, p. 66)**.** A função de densidade conjunta das variáveis X e Y é

$$f(x,y) = \begin{cases} 6x, 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Mostre que X e Y não são independentes.
(b) Determine $P(X > 0,3|Y = 0,5)$.

Exercício 7 (Walpole et. al. E. 3.55, p. 66)**.** Considere a seguinte função de densidade de probabilidade conjunta para as variáveis aleatórias X e Y é

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x-y}{9}, 1 < x < 3, 1 < y < 2, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Determine as funções de densidade marginais de X e Y.
(b) X e Y são independentes?
(c) Determine $P(X > 2)$.