
Grafos: Busca em Profundidade

Algoritmos e Estruturas de Dados 2

Profa. Graça Nunes

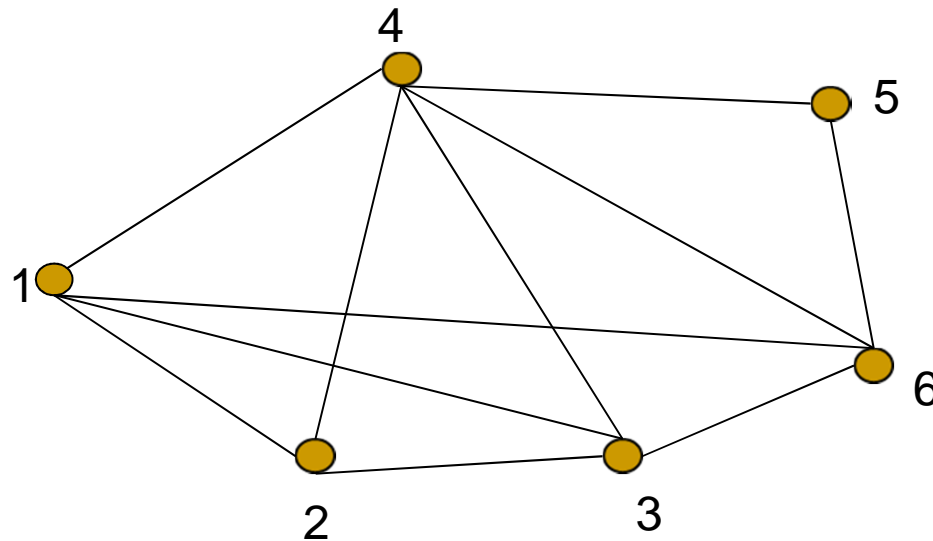
DFS – Busca em Profundidade

- DFS - *Depth-First Search*
- Explora-se profundamente cada vértice do grafo:
 - Todos os vértices adjacentes ao vértice recém-visitado são visitados imediatamente após o mesmo.
 - (Ao contrário da busca em largura, onde os vértices adjacentes “irmãos” são visitados antes de dos vértices de suas próprias listas de adjacência)

Variação do Algoritmo Geral

- ❑ DFS – *Depth-First Search*– *Busca em Profundidade*
- ❑ A busca em profundidade é obtida do método básico, onde a seleção do próximo vértice marcado obedece a:
 - *Dentre todos os vértices marcados e incidentes a alguma aresta ainda não explorada, escolher aquele mais recentemente alcançado na busca*
- ❑ Dessa forma, os vértices são armazenados numa pilha de modo a serem processados “*last in first out*”

Aplique o algoritmo ao grafo abaixo



Listas de Adjacências:

1: (4,2,3,6)

2: (1,4,3)

3: (2,1,4,6)

4: (1,2,3,6,5)

5: (4,6)

6: (3,1,4,5)

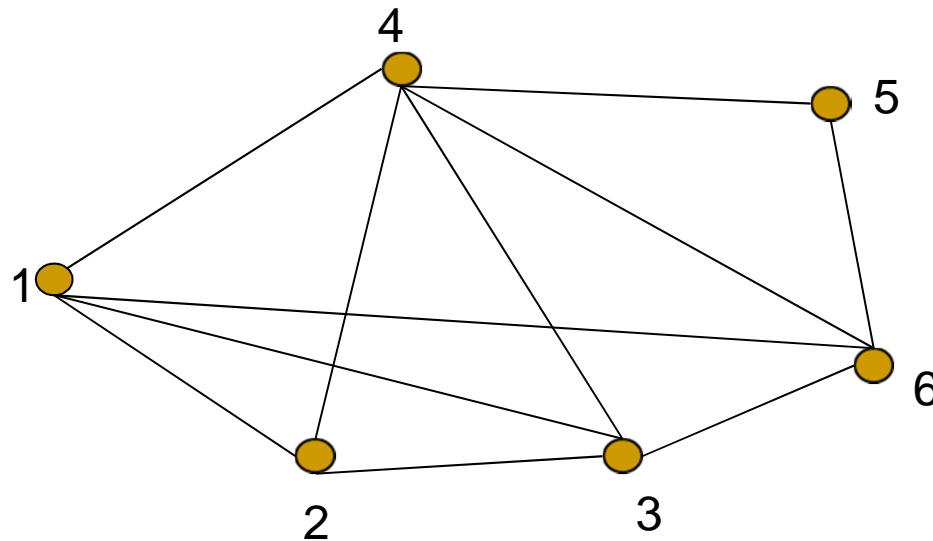
Vértice inicial: 1 (raiz da busca)

P:

Vértices Marcados:

Arestas Visitadas:

Aplique o algoritmo ao grafo abaixo



Listas de Adjacências:

1: (4,2,3,6)

2: (1,4,3)

3: (2,1,4,6)

4: (1,2,3,6,5)

5: (4,6)

6: (3,1,4,5)

Vértice inicial: 1 (raiz da busca)

Pilha: (1,4,2,3,6,5)

Vértices Marcados: 1,4,2,3,6,5

Arestas Visitadas: (1,4) (4,2) (2,1) (2,3) (3,1) (3,4) (3,6) (6,1) (6,4) (6,5) (5,4)

Algoritmo Busca em Profundidade

Dado $G(V,A)$, conexo:

Prof(v)

marcar v

empilhar v

para cada $w \in \text{ListaAdjacencia}(v)$ faça

se w é não marcado então

(I) visitar (v,w)

Prof (w) */*recursão*/*

senão se w está na Pilha e v e w não são consecutivos na Pilha

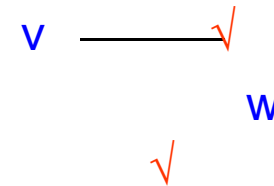
(II) então visitar (v,w)

*/*senão aresta já visitada*/*

*/*fim_para*/*

desempilhar v

fim */*Prof(v)*/*



Algoritmo Busca em Profundidade

■ Observações:

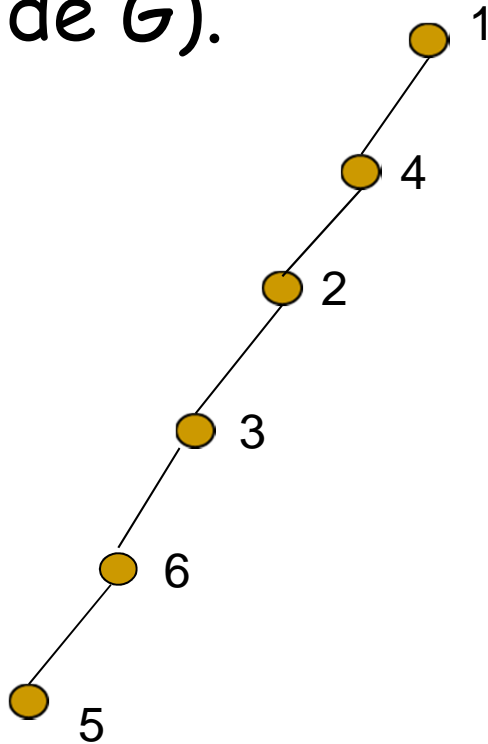
- ❑ A pilha de recursão é suficiente para indicar a ordem de processamento dos vértices
- ❑ Foi necessária uma pilha explícita apenas para verificar se 2 vértices são consecutivos na pilha (ou seja, olhar para o topo-1). Não temos acesso a essa informação na pilha de recursão.
- ❑ Esse teste é necessário apenas porque queremos visitar todas as arestas (e apenas uma vez). Se apenas os vértices nos interessam, esse teste não é necessário.

Algoritmo Busca em Profundidade

- Exercício:
 - Modifique Prof(v) tal que:
 - Continue recursivo;
 - Não indique as visitas às arestas; apenas aos vértices.

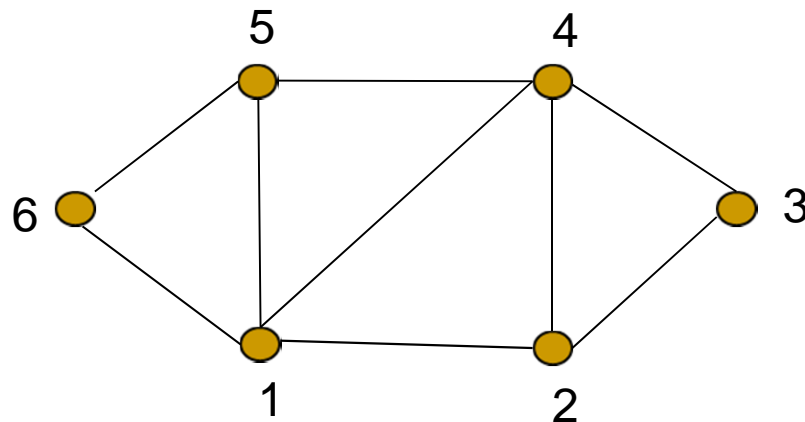
Árvore Geradora do Grafo

Seja A_T o conjunto das arestas visitadas em **(I)**. O Grafo $T(V, A_T)$ é uma árvore geradora de G (também chamada de árvore de profundidade de G).



Árvore Geradora

- Nem sempre a árvore de profundidade é degenerada como no exemplo anterior.
- Encontre a árvore geradora para o grafo abaixo:



Listas de Adjacências:

1: (2,6,4,5)

2: (4,3,1)

3: (2,4)

4: (5,3,2,1)

5: (6,4,1)

6: (1,5)

DFS – Busca em Profundidade

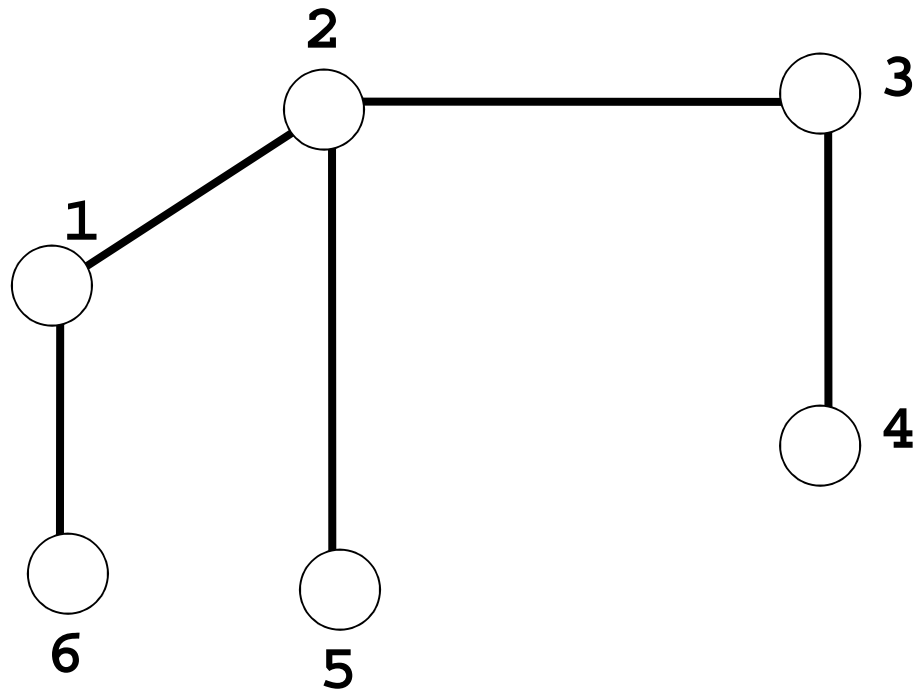
Percorrendo um Grafo

DFS - *Depth-First Search*

- Também se pode usar o esquema de cores para guiar a busca
 - Todos os vértices são inicializados **brancos**
 - Quando um vértice v é descoberto pela primeira vez, ele se torna **cinza**
 - Quando todos os vértices adjacentes a v são descobertos, v se torna **preto**

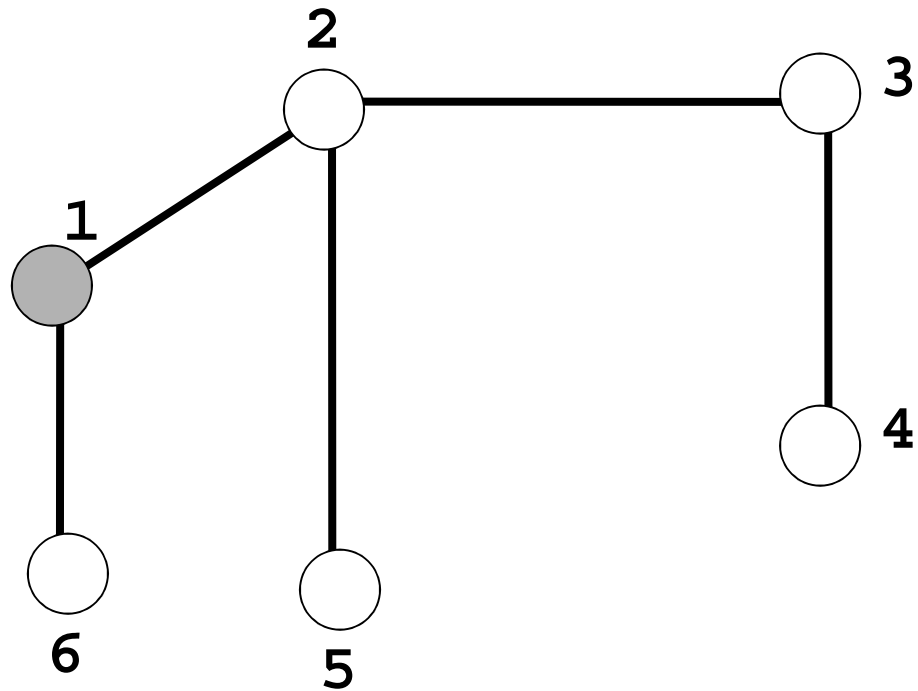
DFS – exemplo

Percorrendo um Grafo: DFS



DFS – exemplo

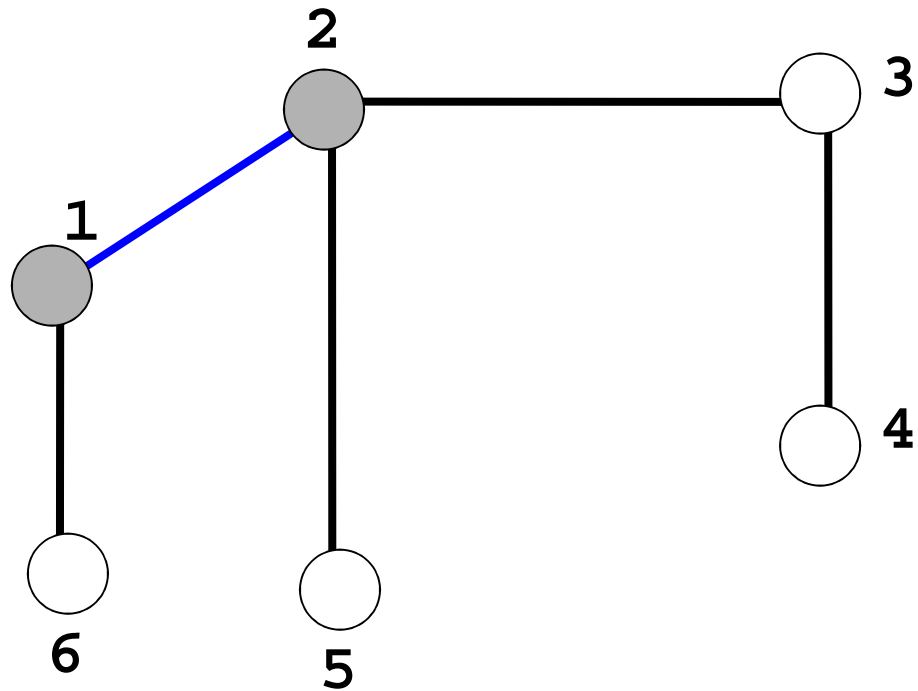
Percorrendo um Grafo: DFS



Nó inicial: 1

DFS – exemplo

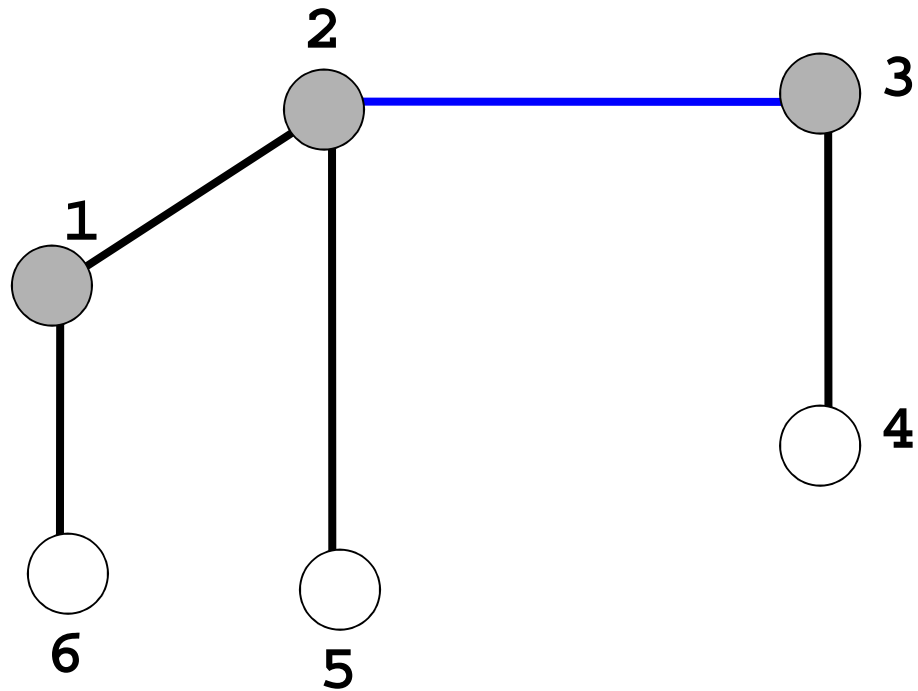
Percorrendo um Grafo: DFS



Busca-se pelo primeiro nó adjacente a 1: 2

DFS – exemplo

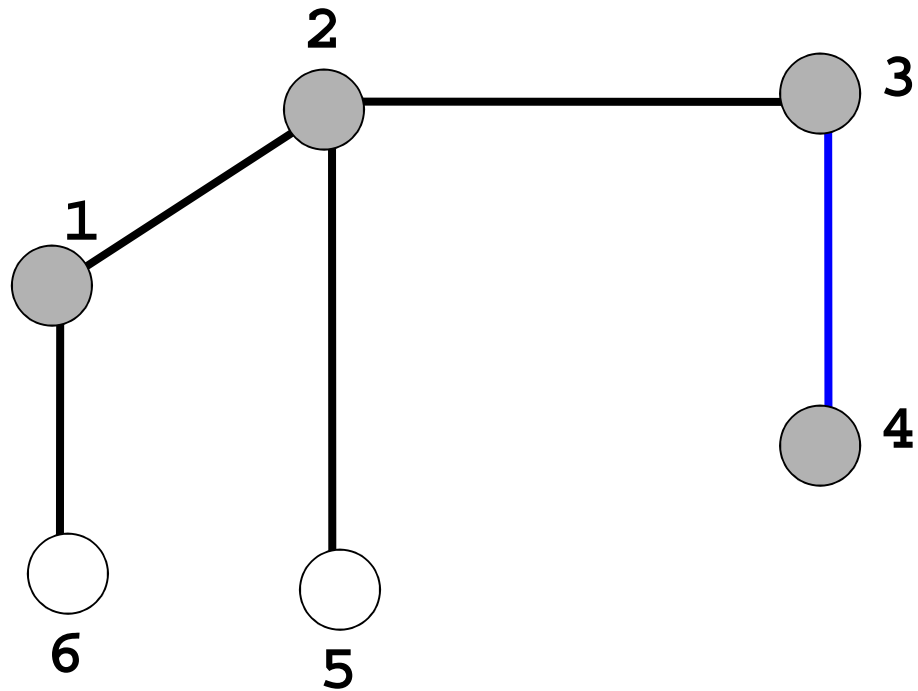
Percorrendo um Grafo: DFS



Busca-se pelo primeiro nó adjacente a 2: 3

DFS – exemplo

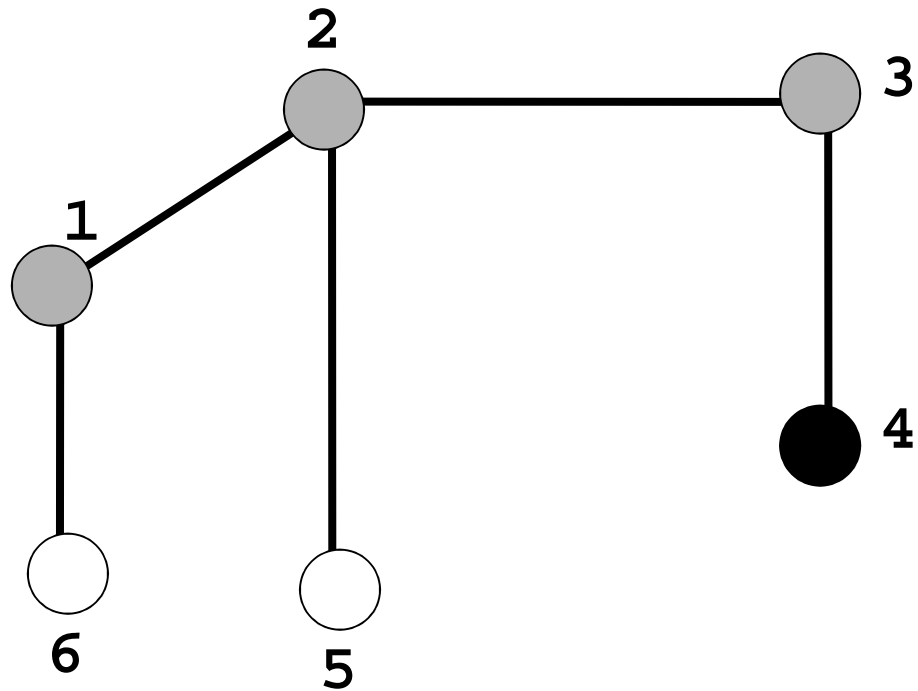
Percorrendo um Grafo: DFS



Busca-se pelo primeiro nó adjacente a 3: 4

DFS – exemplo

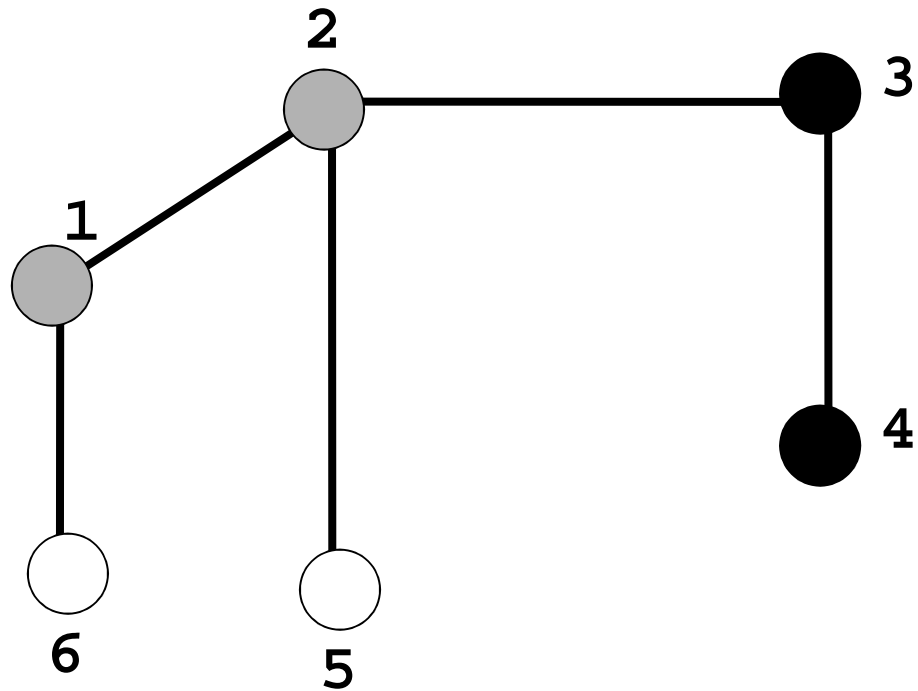
Percorrendo um Grafo: DFS



Nó 4 não tem mais nós adjacentes! Retorna-se ao anterior.

DFS – exemplo

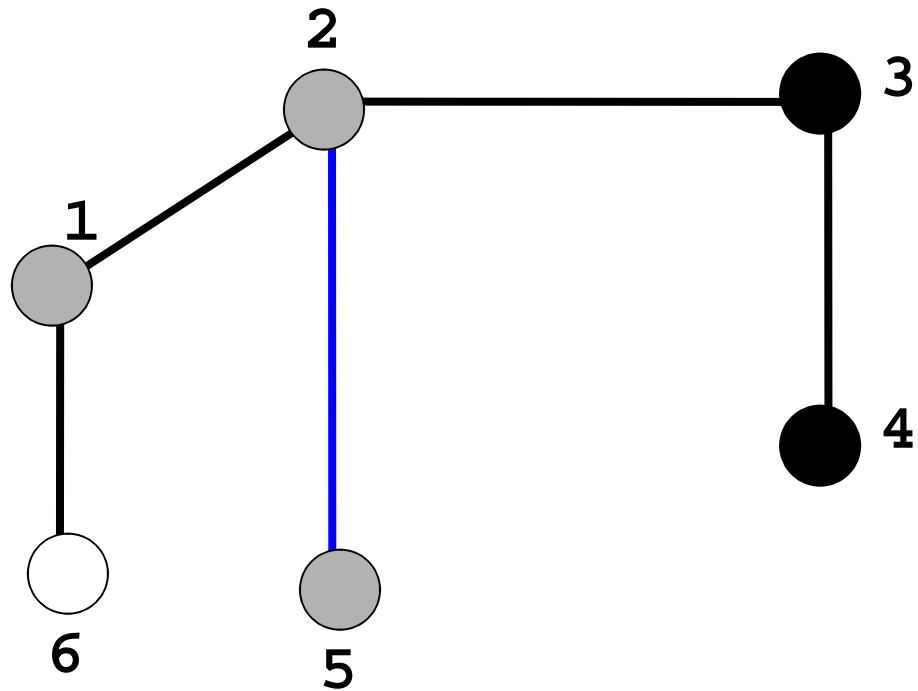
Percorrendo um Grafo: DFS



Nó 3 não tem mais nós adjacentes! Retorna-se ao anterior: 2

DFS – exemplo

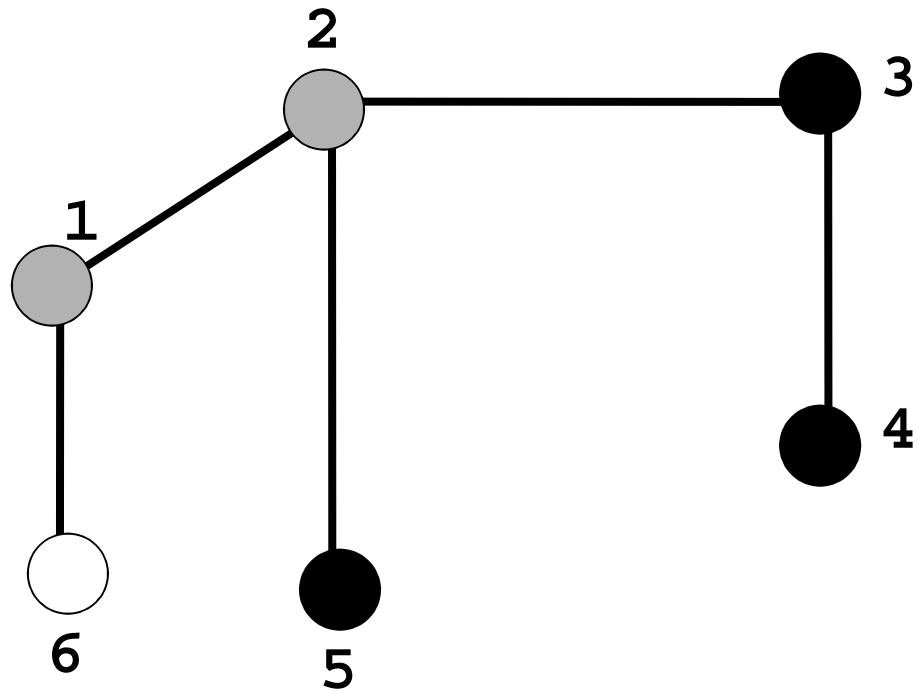
Percorrendo um Grafo: DFS



Busca-se pelo outro nó adjacente a 2: 5

DFS – exemplo

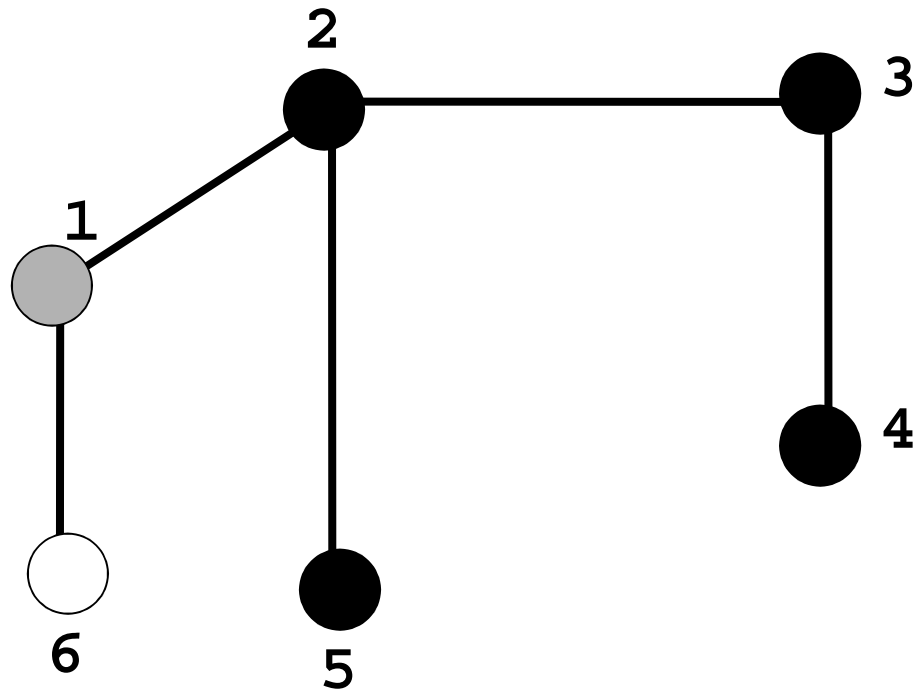
Percorrendo um Grafo: DFS



Nó 5 não tem mais nós adjacentes! Retorna-se ao anterior: 2

DFS – exemplo

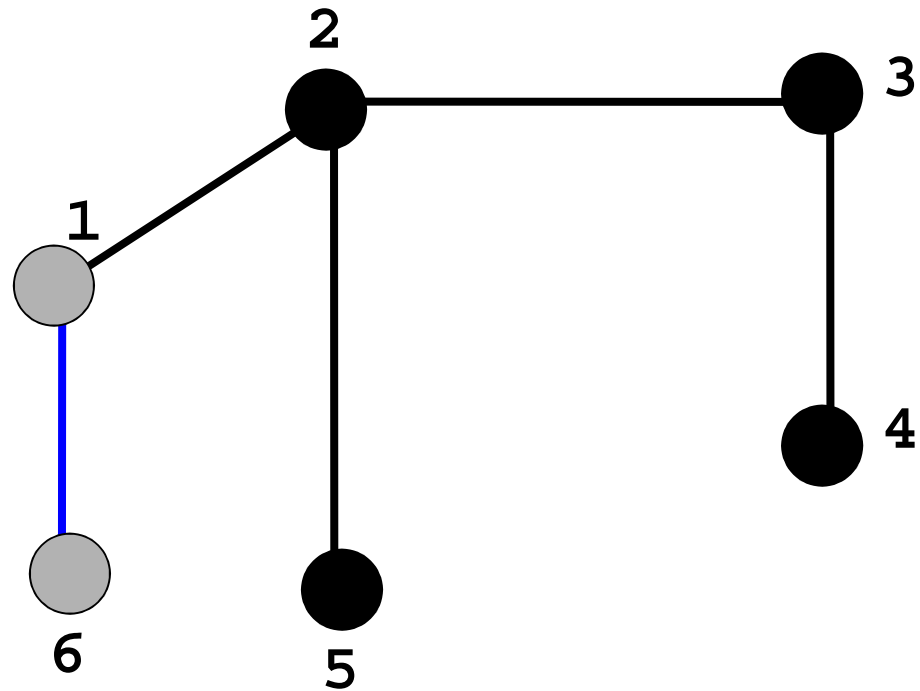
Percorrendo um Grafo: DFS



Nó 2 não tem mais nós adjacentes! Retorna-se ao anterior: 1

DFS – exemplo

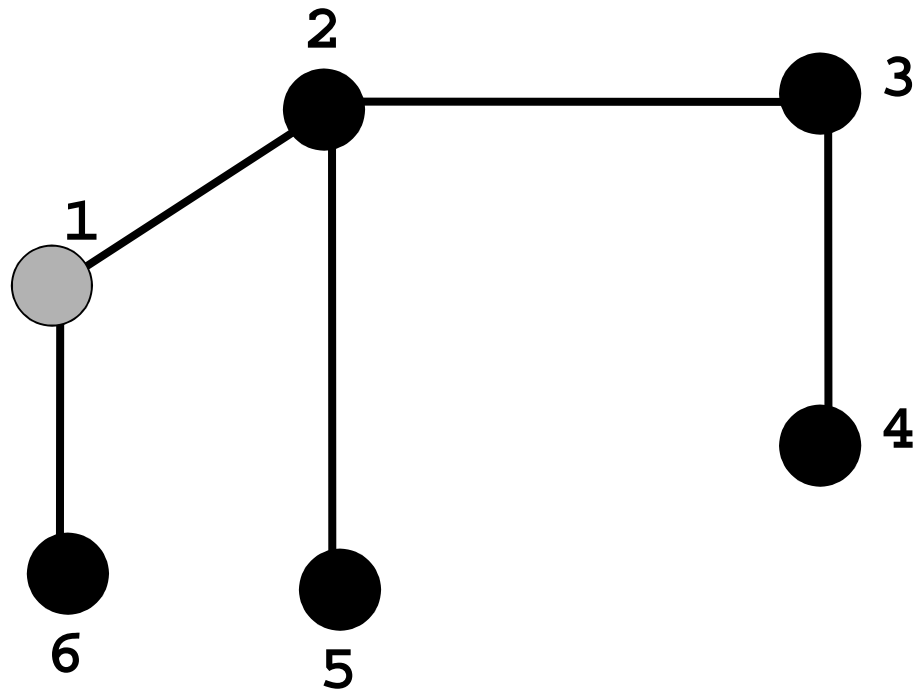
Percorrendo um Grafo: DFS



Busca-se pelo outro nó adjacente a 1: 6

DFS – exemplo

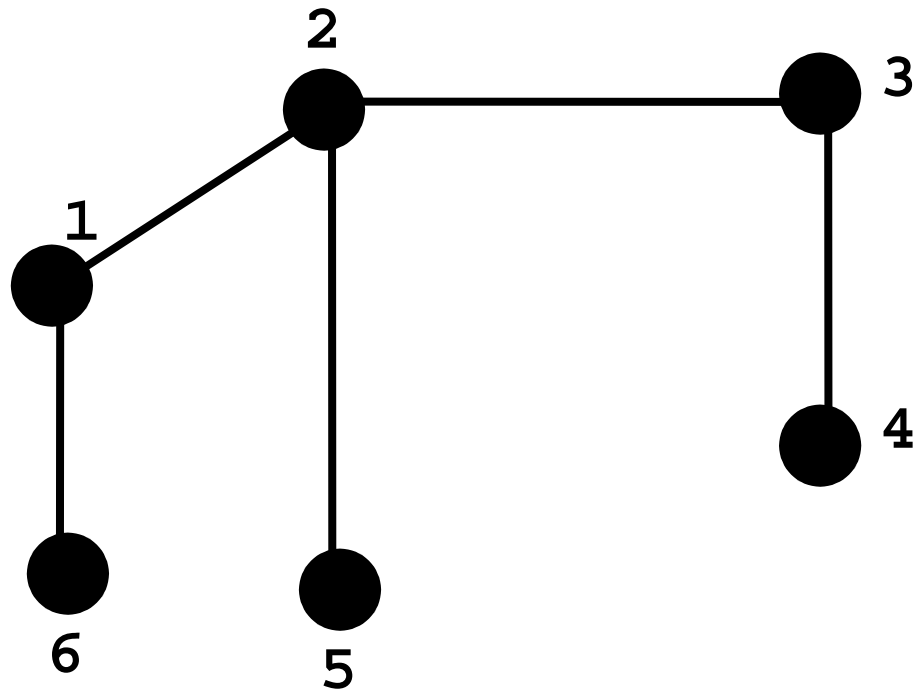
Percorrendo um Grafo: DFS



Nó 6 não tem mais nós adjacentes! Retorna-se ao anterior: 1

DFS – exemplo

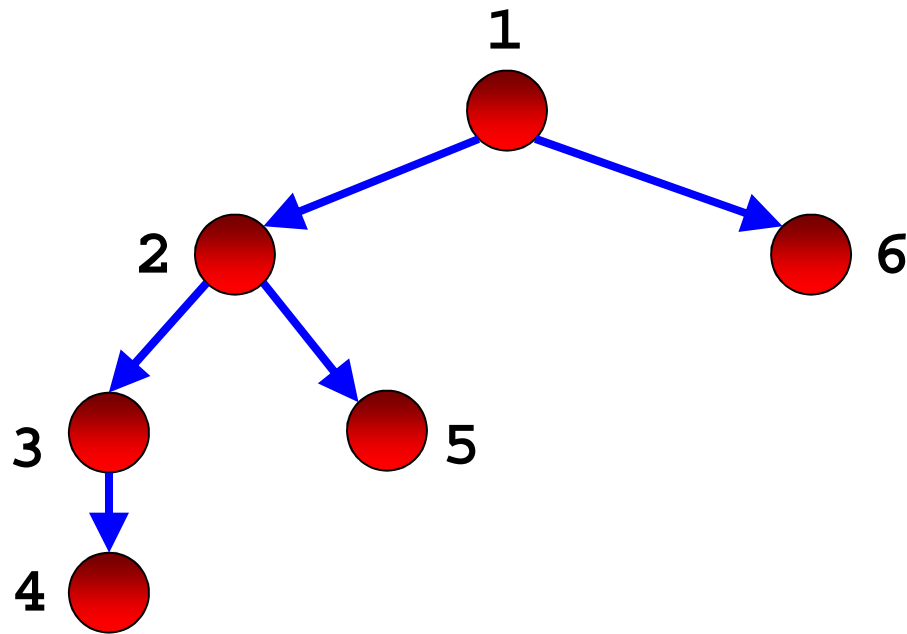
Percorrendo um Grafo: DFS



Nó 1 não tem mais nós adjacentes! Fim da busca

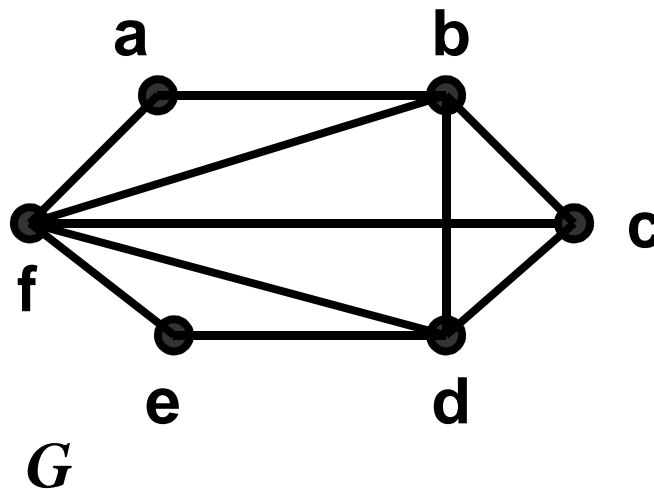
Árvore de busca em profundidade

Percorrendo um Grafo: **Árvore de Busca em Profundidade**



DFS

- **Exercício:** faça a busca em profundidade no grafo abaixo, mostrando a ordem de visita aos vértices



DFS

- Implementação da busca em profundidade

Complexidade do DFS

$O(|V| + |E|)$

- $\text{Prof}(v)$ é chamado exatamente uma vez para cada vértice de V
- Em $\text{Prof}(v)$, o laço é executado $|\text{Ladj}(v)|$ vezes, i.e., $O(|E|)$ no total

DFS

- Uma aplicação comum da DFS é determinar se um grafo é **cíclico**
 - Isso acontece quando, ao percorrer uma aresta, um vértice x se conecta a um vértice y que não é branco
 - **Algoritmo de busca em profundidade é facilmente adaptado para esta tarefa!**
 - Como?

Exercício

- Escreva uma versão (em C) não recursiva do DFS

Busca em Profundidade em Dígrafos

- Análoga à de grafos.
- Não há necessidade de pilha explícita – só a de recursão. Por que?

Busca em Profundidade em Dígrafos

Dado Dígrafo $D(V,A)$:

Prof(v)

 marcar v

para cada $w \in \text{ListaAdjacencia}(v)$ faça

 visitar (v,w)

se w é não marcado

 (II) então Prof(w)

fim /*Prof(v)*/

Seja uma raiz s de V:

Prof(s)

Nota-se que, se s escolhida não alcançar todos os demais vértices, então nem todos serão alcançados. É necessário testar, ao final, se todos foram visitados, caso contrário, reativar Prof(v) quantas vezes forem necessárias.

DFS

- **Exercício:** faça a busca em profundidade no dígrafo abaixo, mostrando a ordem de visita aos vértices e arestas.

