ICMC – USP
SME0818 – Inferência Estatística – 2022/1
Lista 5

1. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória da distribuição normal$(\mu, 1)$.

   (a) $[\overline{X} - 1,96/\sqrt{n}; \overline{X} + 1,96/\sqrt{n}]$ é um intervalo de confiança de 95% para μ. Justifique.

   (b) Se X_{n+1} é uma observação adicional independente, calcule a probabilidade de X_{n+1} pertencer ao intervalo do item anterior e compare esta probabilidade com 0,95.

   (c) Apresente um intervalo $[T_1, T_2]$ tal que $P(T_1 \leq X_{n+1} \leq T_2) = 0,95$.

2. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória da distribuição exponencial(θ), em que $\theta > 0$ é o parâmetro de taxa.

   (a) Apresente um intervalo de confiança de $100\gamma\%$ para a média da população.

   (b) Apresente um intervalo de confiança de $100\gamma\%$ para a variância da população.

   (c) Calcule a probabilidade de que os dois intervalos acima incluam simultaneamente a média e a variância da população.

   (d) Apresente um intervalo de confiança de $100\gamma\%$ para $P(X_1 > 1; \theta) = e^{-\theta}$.

   (e) Baseando-se em $X_{(1)} = \min(X_1, \ldots, X_n)$, apresente um intervalo de confiança de $100\gamma\%$ para θ.

   (f) Com base nas observações
   `0,424 0,006 0,623 0,430 1,286 0,095 0,769 0,452 0,860 0,071`
   apresente estimativas intervalares para os itens 2a, 2b, 2d e 2e.

3. Para uma variável aleatória X com distribuição Poisson(θ), em uma amostra aleatória de tamanho n pode ser provado que

$$\frac{\overline{X} - \theta}{\sqrt{\theta/n}}$$

   tem distribuição normal(0,1), aproximadamente.

   A partir da observação de dados históricos percebeu-se que o número de solicitações de um serviço durante um certo intervalo de tempo é uma variável aleatória com distribuição Poisson. Os dados abaixo foram coletados. Apresente um intervalo de confiança aproximado de 95% para o número médio de solicitações.

   `13    10    16    9    16    10    8    9    10    16    11    7`