

Professor: <i>Sergio H. M. Soares</i> Prova 3 de SMAA332 - 02.12.2015 Nome: _____ N.º USP: _____	Questões	Valor	Notas
	1. ^a	1,5	
	2. ^a	1,5	
	3. ^a	2,0	
	4. ^a	1,5	
	5. ^a	2,0	
	6. ^a	1,5	
Total	10,0		

1. Considere o campo vetorial $\vec{F}(x, y) = (2xy^3 - y^2 \cos x) \vec{i} + (1 - 2y \sin x + 3x^2 y^2) \vec{j}$
- (a) Este campo vetorial é conservativo? Justifique sua resposta.
- (b) Caso exista, determine uma função potencial para \vec{F} .
- (c) Calcule $\int_C \vec{F} dr$, onde C é o arco de parábola $2x = \pi y^2$ de $A = (0, 0)$ a $B = (\frac{\pi}{2}, 1)$.

2. Calcule $\oint_C (2xy - x^2)dx + (x - y^2)dy$, onde C é a fronteira da região limitada por $y = x^2$ e $y^2 = x$ e orientada no sentido anti-horário.

3. Calcule $\oint_C \vec{F} dr$, sendo $\vec{F}(x, y, z) = (yz + x^3) \vec{i} + (2xz + 3y^2) \vec{j} + (xy + 4) \vec{k}$ e C é a curva obtida como interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $x + y + z = 1$, orientada no sentido anti-horário.

4. Calcule a área da superfície cortada do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ pelo cilindro $x^2 + y^2 = 2x$.

5. Sejam $\vec{F}(x, y, z) = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$ um campo vetorial definido em \mathbb{R}^3 e W a pirâmide de vértices O, A, B, C , onde $O = (0, 0, 0)$, $A = (0, 1, 0)$, $B = (0, 0, 1)$ e $C = (c, 1, 0)$ ($c > 0$). Calcule o valor de c sabendo que

$$\iint_{S_W} \vec{F} \cdot \vec{\eta} \, d\sigma + \iint_{S_{ABC}} \vec{F} \cdot \vec{\eta} \, d\sigma = 1,$$

onde S_W é a superfície da pirâmide W , S_{ABC} é a face de vértices A, B, C e $\vec{\eta}$ é o campo de vetores normais apontando para fora da pirâmide.

6. Mostre a Lei de Gauss, ou seja,

$$\iint_S \vec{E} \cdot \vec{\eta} \, d\sigma = \frac{q}{\epsilon_0},$$

onde

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

é o campo elétrico gerado por uma carga pontual q localizada na origem, S uma superfície fechada qualquer que envolve a origem, $\vec{\eta}$ é o campo de vetores normais apontando para fora da superfície e ϵ_0 é uma constante física.