

Distribuição Rayleigh

Métodos dos momentos e de máxima verossimilhança (MV)

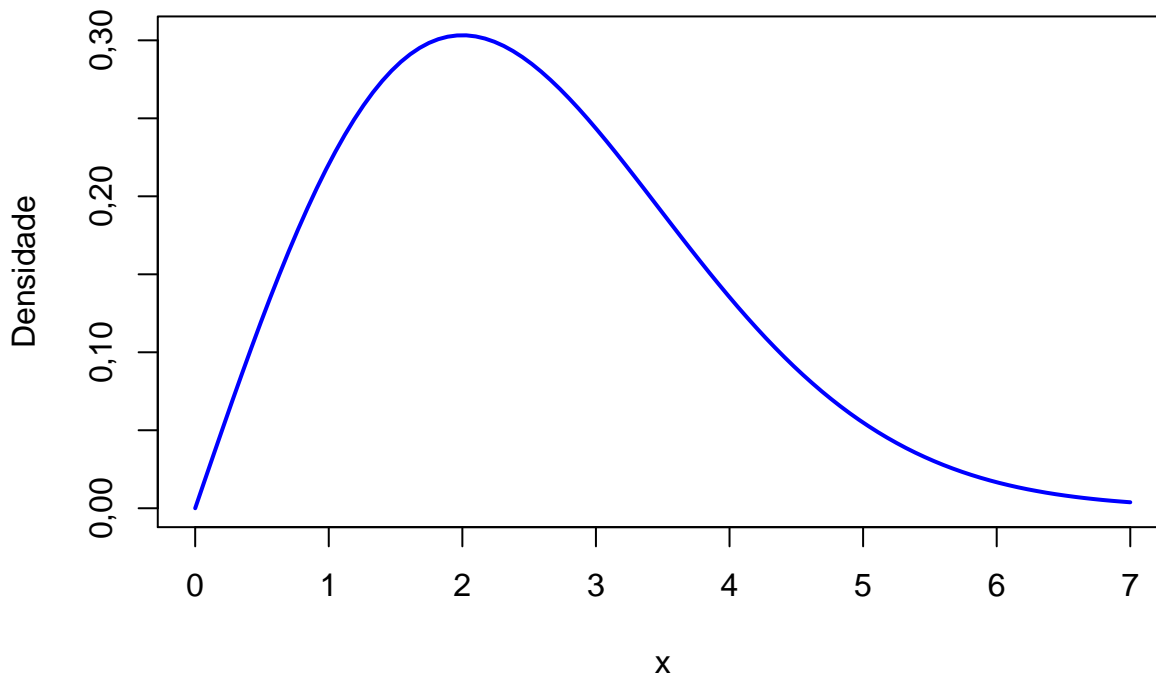
Colaboração de Vítor Gratiere Torres

2021

Neste exemplo são avaliadas algumas propriedades de dois estimadores do parâmetro da distribuição Rayleigh. Utilizamos simulações de Monte Carlo implementadas em linguagem R.

```
# Separador decimal: ","
options(OutDec = ",")

# Função densidade
drayleigh <- function(x, lambda = 1) {
  return(x * exp(-0.5 * x^2 / lambda^2) / lambda^2)
}
curve(drayleigh(x, lambda = 2), col = "blue", lwd = 2, 0, 7,
      ylab = "Densidade")
```



```
R <- 500      # Número de repetições
lambda <- 2  # Verdadeiro valor
tamanho <- c(7, 20, 50) # Tamanhos amostrais
resultt <- resultc <- matrix(NA, length(tamanho), 7) # Resultados
```

No código abaixo são geradas amostras de diferentes tamanhos, estimativas de momentos e de máxima verossimilhança (MV) são calculadas com seus respectivos erros padrão (ep) aproximados. Ao final são calculadas as médias das estimativas, os desvios padrão das estimativas (ep empírico) e a raiz dos erros

quadráticos médios simulados (REQM). Também é realizado o teste de bondade de ajuste Kolmogorov-Smirnov (KS) das estimativas padronizadas.

```
set.seed(5150)
lambdat <- lambdac <- c() # Estimativas
nc <- 0
for(n in tamanho) {
  nc <- nc + 1
  for(k in 1:R) {
    # Amostra
    x <- lambda * sqrt(-2 * log(runif(n)))
    # Método dos momentos
    lambdat[k] <- sqrt(2 / pi) * mean(x)
    # Método de MV
    lambdac[k] <- sqrt(0.5 * mean(x^2))
  }
  # Erros padrão
  ept <- sqrt(4 / pi - 1) * lambdat / sqrt(n)
  epc <- 0.5 * lambdac / sqrt(n)

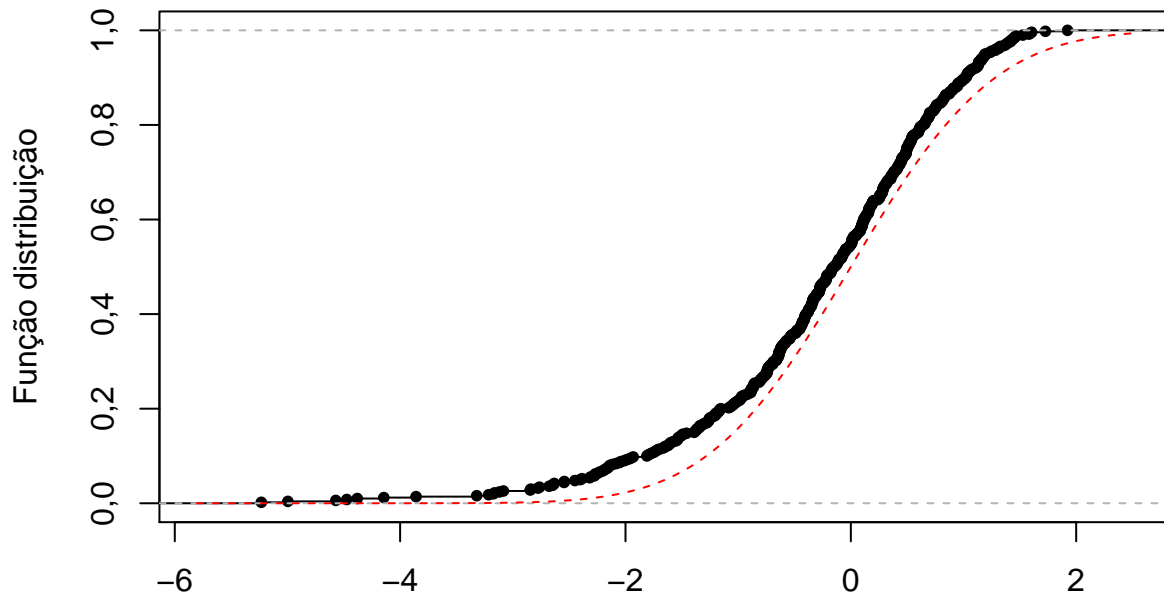
  # Padronização
  zt <- (lambdat - lambda) / ept
  zc <- (lambdac - lambda) / epc

  # Gráficos e teste KS de Z
  plot(ecdf(zt), pch = 20, main = paste("Momentos - n =", n),
       ylab = "Função distribuição", xlab = "z")
  curve(pnorm, add = TRUE, col = "red", lty = 2)
  mytestt <- ks.test(zt, "pnorm")

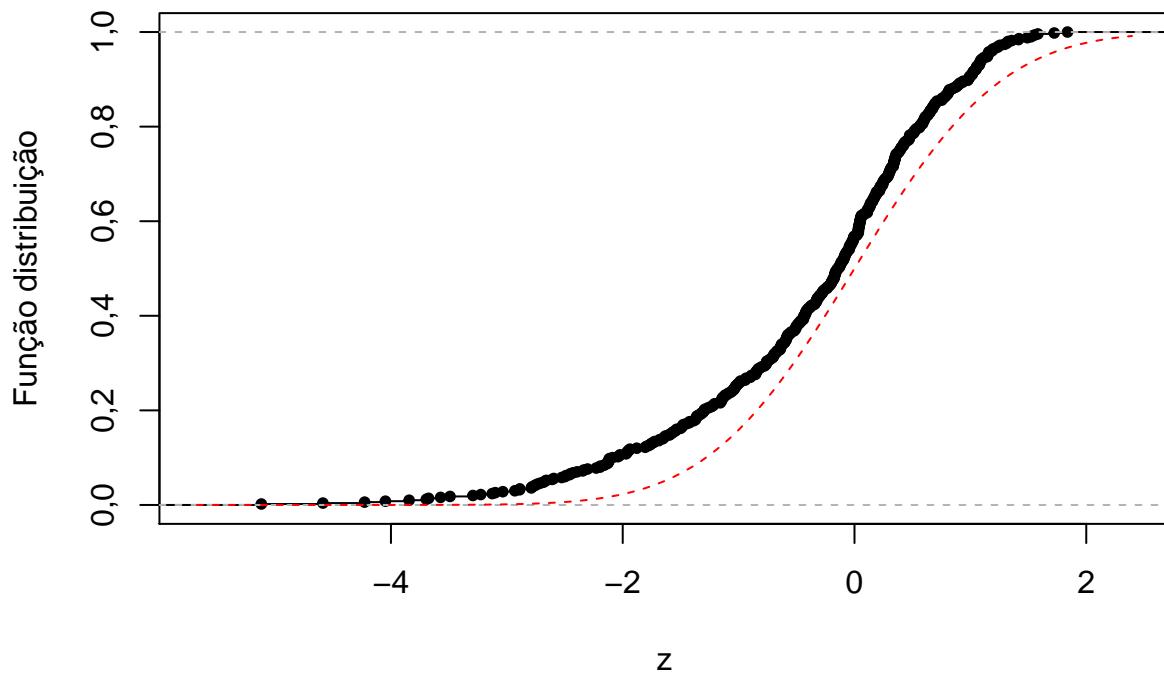
  plot(ecdf(zc), pch = 20, main = paste("MV - n =", n),
       ylab = "Função distribuição", xlab = "z")
  curve(pnorm, add = TRUE, col = "red", lty = 2)
  mytestc <- ks.test(zc, "pnorm")

  # Resultados
  resultt[nc, ] <- c(n, mean(lambdat), sd(lambdat), mean(ept),
                    sqrt(mean((lambdat - lambda)^2)), mytestt$statistic,
                    mytestt$p.value)
  resultc[nc, ] <- c(n, mean(lambdac), sd(lambdac), mean(epc),
                    sqrt(mean((lambdac - lambda)^2)), mytestc$statistic,
                    mytestc$p.value)
}
```

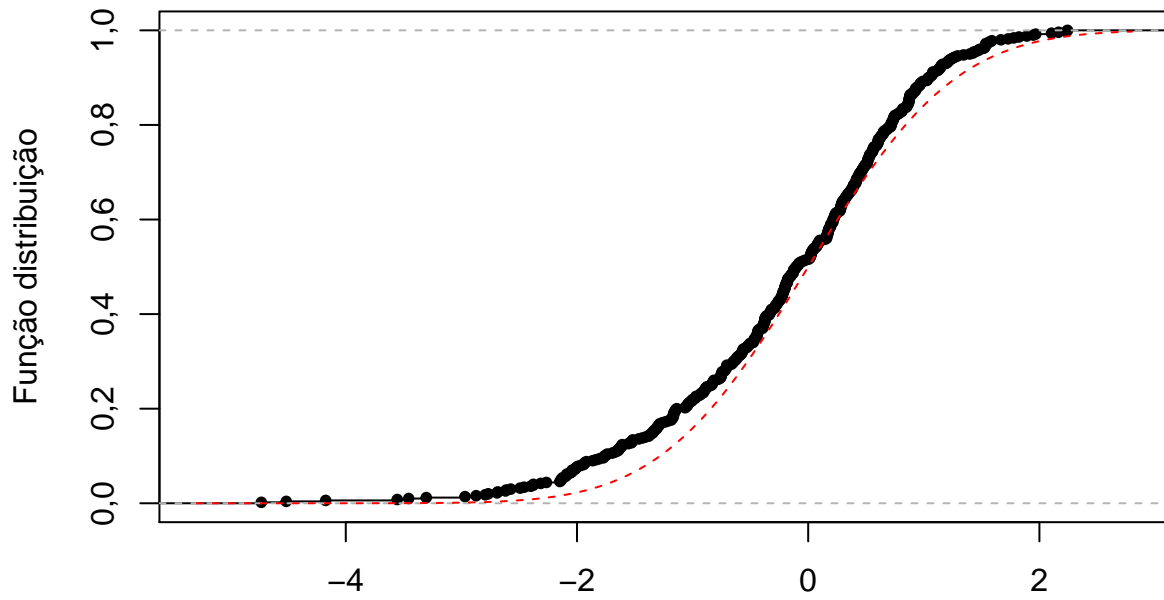
Momentos - n = 7



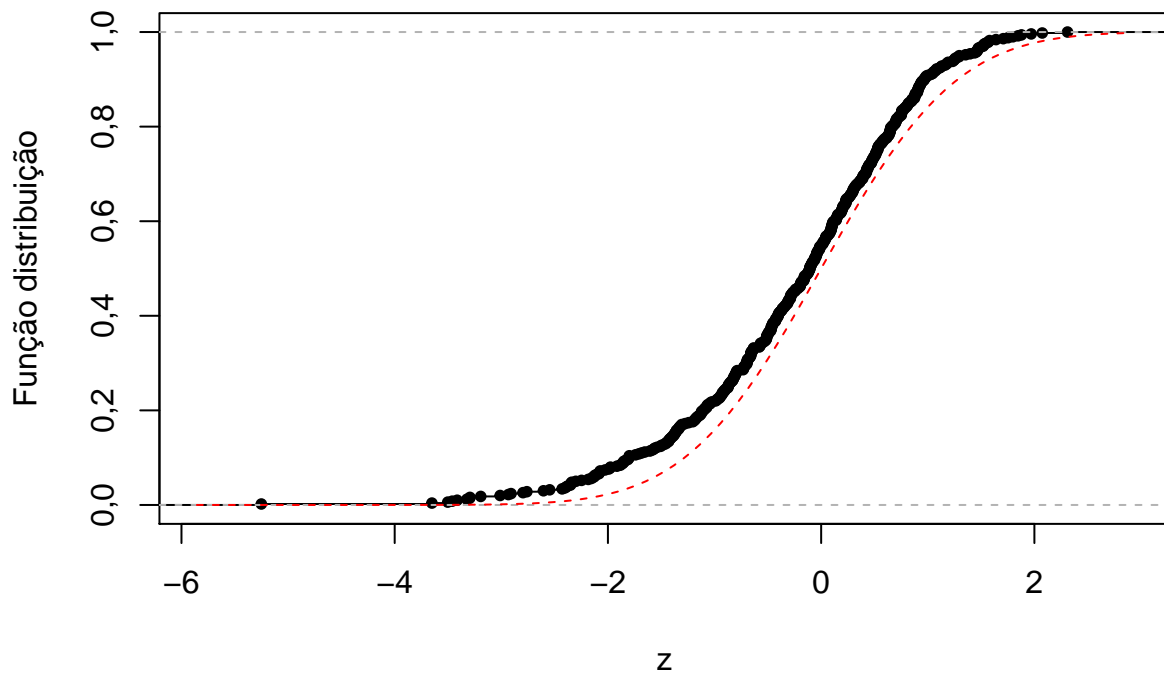
MV - n = 7



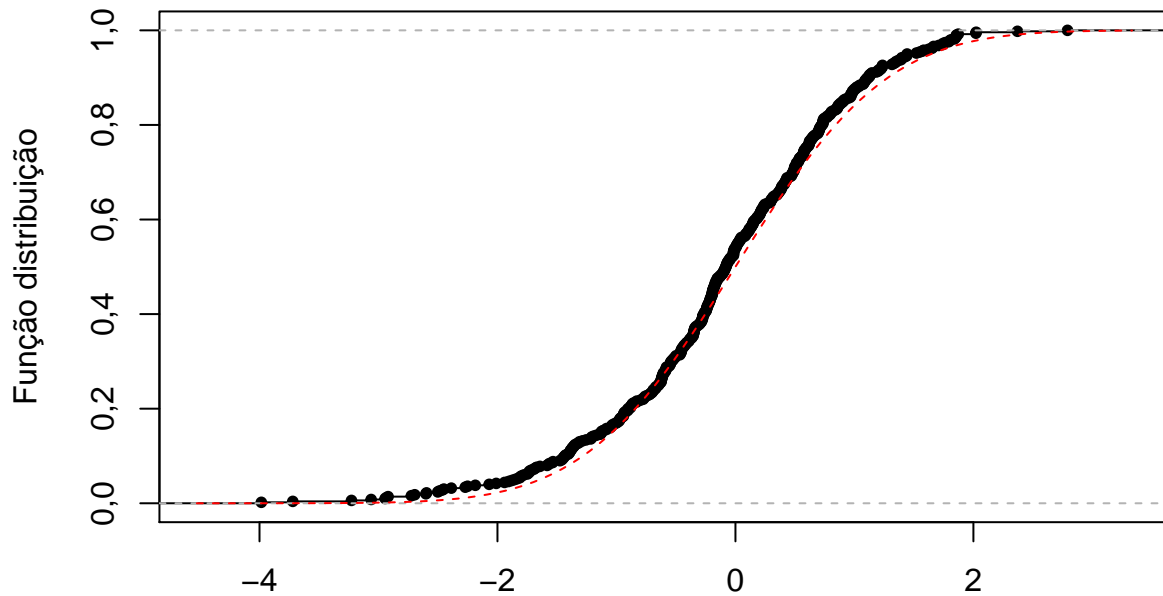
Momentos - n = 20



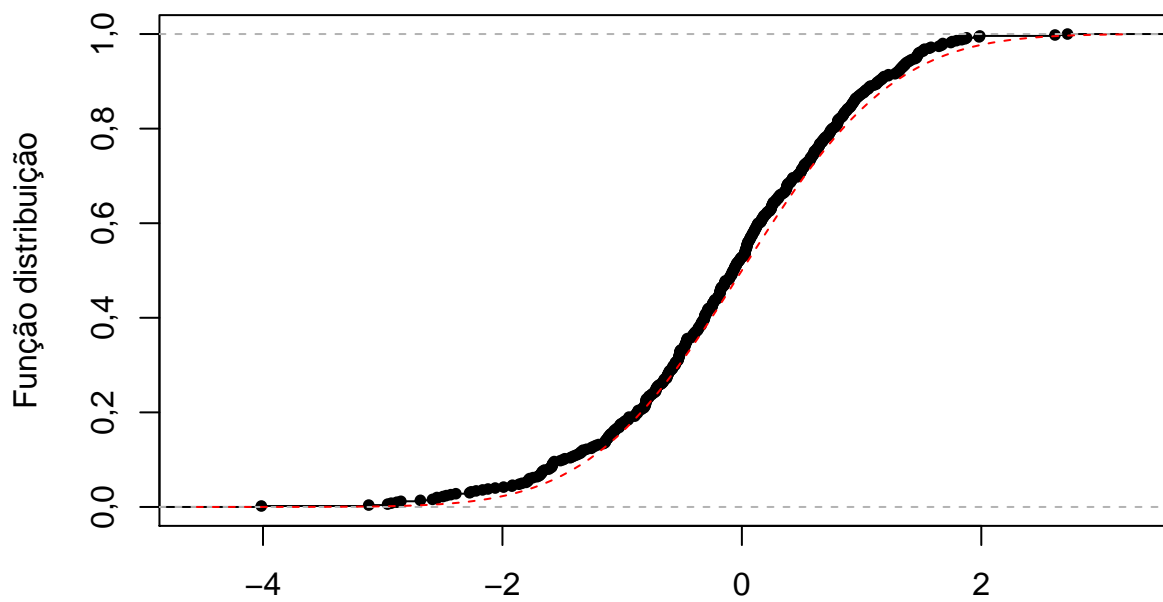
MV - $\overset{z}{n} = 20$



Momentos - n = 50



MV - n = 50



z

Por último, os resultados são organizados em tabelas e mostrados com três casas decimais.

```
colnames(resulttt) <- colnames(resulttc) <- c("n", "Média", "SD",  
      "ep", "REQM", "KS", "valor-p")  
rownames(resulttt) <- c("Momentos", rep("", length(tamanho) - 1))  
rownames(resulttc) <- c("MV", rep("", length(tamanho) - 1))
```

```
print(round(resultt, 3))
```

```
##          n Média    SD    ep  REQM    KS valor-p
## Momentos 7 1,968 0,388 0,389 0,389 0,078 0,004
##          20 1,984 0,242 0,232 0,242 0,072 0,011
##          50 1,996 0,148 0,148 0,148 0,043 0,324
```

```
print(round(resultc, 3))
```

```
##      n Média    SD    ep  REQM    KS valor-p
## MV  7 1,938 0,366 0,366 0,371 0,104 0,000
##     20 1,972 0,227 0,220 0,228 0,075 0,008
##     50 1,994 0,140 0,141 0,140 0,046 0,240
```

Nota 1. Os resultados acima eram esperados?

Nota 2. Apresente as probabilidades de cobertura de intervalos de confiança de 95% aproximados.