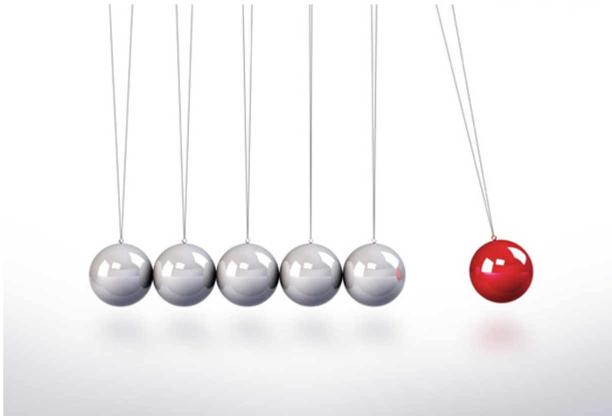
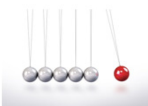
Resposta a Colisão



Resposta a Colisão



Resposta a Colisão

Movimento Linear

- Uma forma de analisar a colisão entre dois objetos é através do **Momento (*Momentum*) Linear**
  - Caracteriza o estado de um objeto em movimento

$$\boldsymbol{P} = m\boldsymbol{v}$$

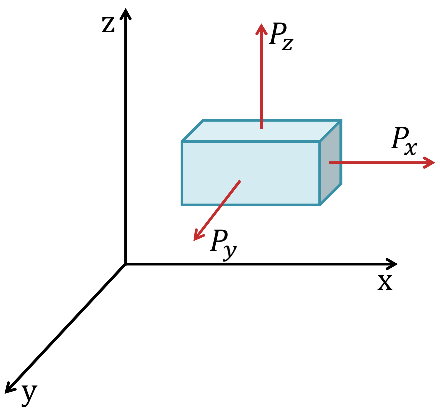
$\boldsymbol{P} = momento\ linear$

$m = massa$

$\boldsymbol{v} = velocidade$

Cinemática Básica

Movimento de Translação



$$\begin{cases} P_x = mv_x \\ P_y = mv_y \\ P_z = mv_z \end{cases}$$

Resposta a Colisão

Movimento Linear

- Segunda lei de Newton em termos do momento linear

"A força é igual a taxa de variação da quantidade de movimento"

$$\boldsymbol{F} = \frac{dp}{dt}$$

$\boldsymbol{F}$= *Força*

Resposta a Colisão

Impulso Linear

- Mede a variação da quantidade de movimento

$$\hat{F} = \int F dt$$

$\hat{F}$ = *impulso linear*

Resposta a Colisão

Impulso Linear

- Mede a variação da quantidade de movimento

$$\widehat{\boldsymbol{F}} = m(\boldsymbol{v_1} - \boldsymbol{v_0})$$

$\hat{F} = Impulso\ linear$

$v_o\ = velocidade\ inicial$

$v_1\ = velocidade\ após\ um\ intervalo\ de\ tempo$

Resposta a Colisão

Conservação do Momento Linear

- *Se a resultante das forças exteriores que actuam sobre um sistema é nula, o momento linear do sistema permanece constante*

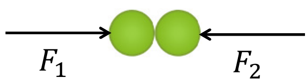
$$0 = \frac{dp}{dt}$$

Resposta a Colisão

Conservação do Momento Linear

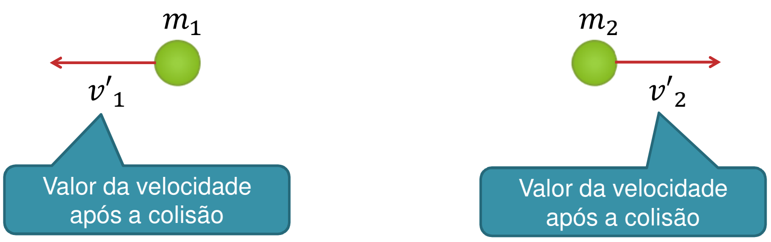
Resposta a Colisão

Conservação do Momento Linear



Resposta a Colisão

Conservação do Momento Linear



$$F_1 = -F_2 \quad \Rightarrow \quad F_1 + F_2 = 0$$

Resposta a Colisão

Conservação do Momento Linear

$$F_1 = -F_2 \quad \Rightarrow \quad F_1 + F_2 = 0$$

Resposta a Colisão

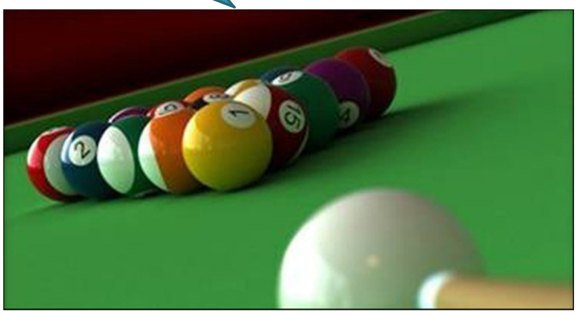
Conservação do Momento Linear

$$F_1 + F_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 v_{x1} + m_1 v_{x2} = C_x \\ m_1 v_{y1} + m_1 v_{y2} = C_y \\ m_1 v_{z1} + m_1 v_{z2} = C_z \end{cases}$$

Resposta a Colisão

Colisões Elásticas e Inelasticas

Colisões Elásticas



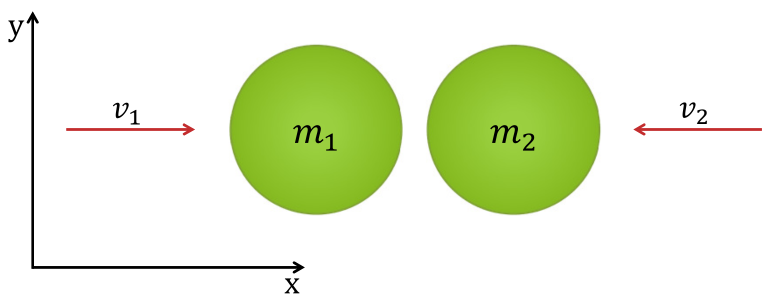
Resposta a Colisão

Colisões Elásticas e Inelasticas

Colisões Inelástica

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

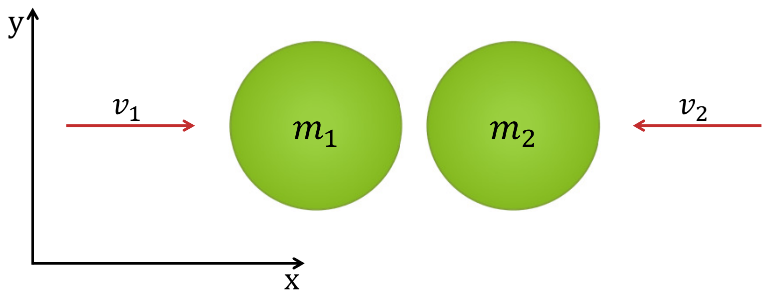


Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

$$\hat{F}_{x1} = m_1(v'_{x1} - v_{x1})$$
$$0 = m_1(v'_{y1} - v_{y1})$$

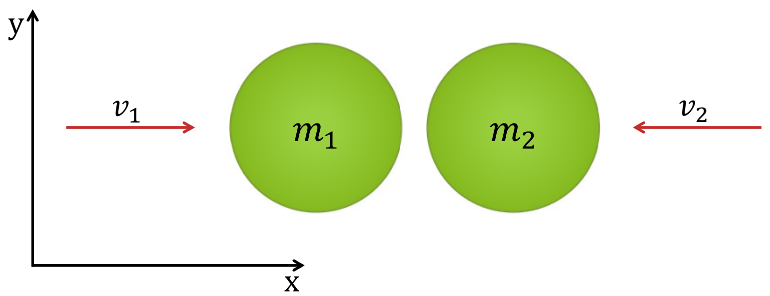
$$-\hat{F}_{x2} = m_2(v'_{x2} - v_{x2})$$
$$0 = m_2(v'_{y2} - v_{y2})$$



Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

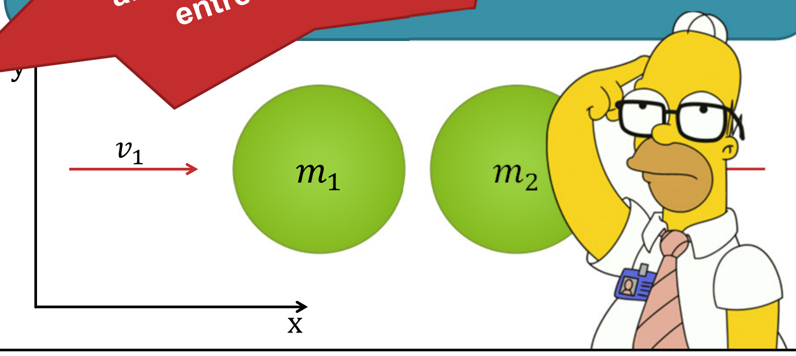
$$m_1(v'_{x1} - v_{x1}) + m_2(v'_{x2} - v_{x2}) = 0$$
$$v'_{y1} = v_{y1}$$
$$v'_{y2} = v_{y2}$$



Resposta a Colisão
Colisão de Dois Objetos

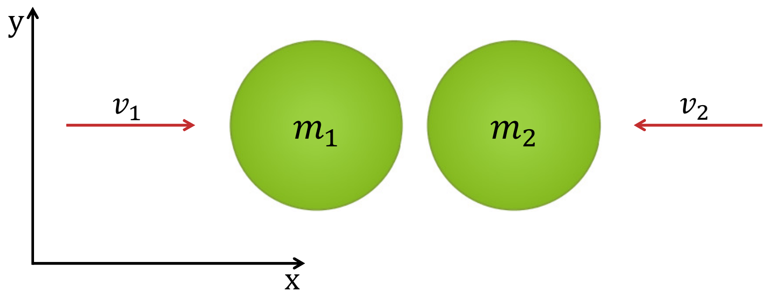
$m_1(v'_{x}$ … $v_{x2}) = 0$

Lembrando, não estamos considerando ainda o efeito da fricção entre os objetos.



Resposta a Colisão
Colisão de Dois Objetos

$$m_1(v'_{x1} - v_{x1}) + m_2(v'_{x2} - v_{x2}) = 0$$
$$v'_{y1} = v_{y1}$$
$$v'_{y2} = v_{y2}$$



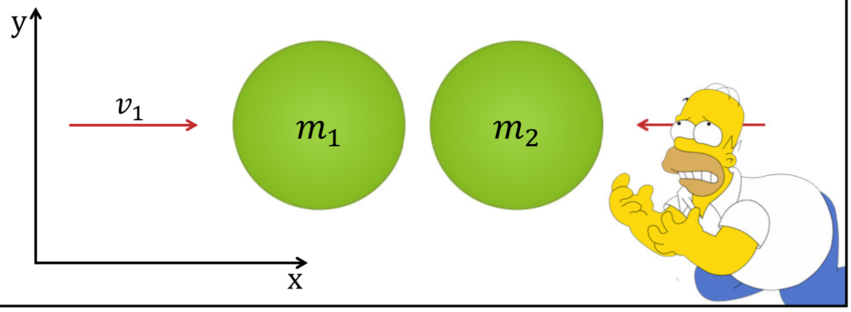
Resposta a Colisão

Coli... de D...s Objetos

O sistema possui mais variáveis do que equações

$$\ldots x2 - v_{x2}) = 0$$

$$v \ldots y2$$



Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Inclusão de uma nova equação no sistema:

$$e(v_{1x} - v_{2x}) = -(v'_{1x} - v'_{2x})$$

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Inclusão de uma nova equação no

Coeficiente de Restituição

$$e(v_{1x} - v_{2x}) = -(v'_{1x} - v'_{2x})$$

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Inclusão de uma nova equação no

Coeficiente de Restituição

$$e(v_{1x} - v_{2x}) = -(v'_{1x} - v'_{2x})$$

$e = 0$

Colisão Inelástica

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Inclusão de uma nova equação no

Coeficiente de Restituição

$$e(v_{1x} - v_{2x}) = -(v'_{1x} - v'_{2x})$$

$e = 1$
Colisão Elástica

$e = 0$
Colisão Inelástica

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Inclusão de uma nova equação no

Coeficiente de Restituição

$$e(v_{1x} - v_{2x}) = -(v'_{1x} - v'_{2x})$$

$e = 1$
Colisão Elástica

$e = 0$
Colisão Inelástica

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

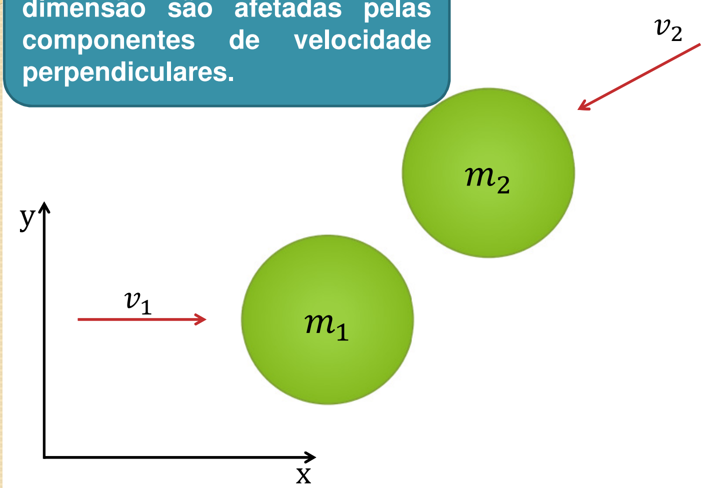
$$v'_{x1} = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_{x1} + \frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} v_{x2}$$

$$v'_{x2} = \frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} v_{x1} + \frac{m_2 - em_1}{m_1 + m_2} v_{x2}$$

Resposta a Colisão

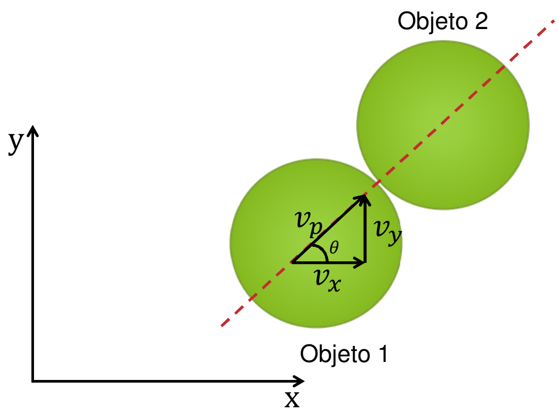
Colisão de Dois Objetos

As colisões em mais de uma dimensão são afetadas pelas componentes de velocidade perpendiculares.



Resposta a Colisão

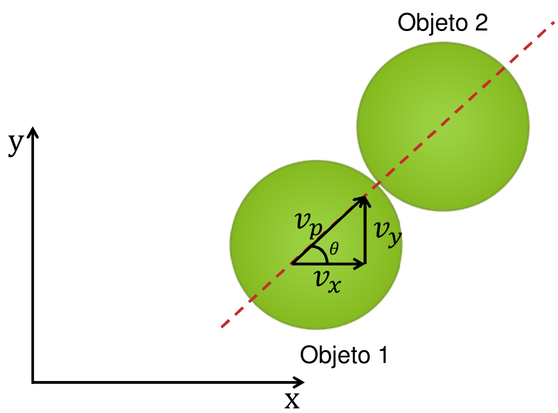
Colisão de Dois Objetos



Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

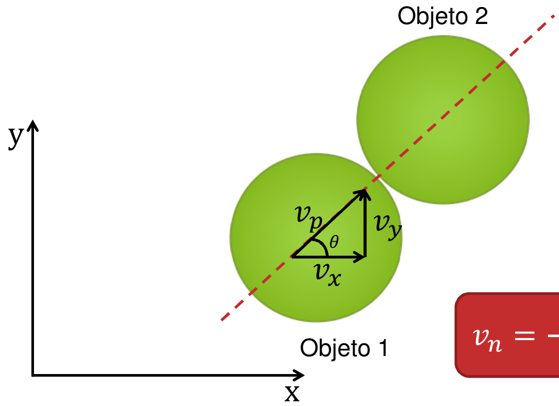
$$v_p = v_x \cos\theta + v_y sin\, \theta$$



Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

$v_p = v_x \cos\theta + v_y sin\,\theta$



$v_n = -v_x \sin\theta + v_y cos\theta$

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Obtidas as componentes perpendiculares,

  podemos calcular as velocidades após a colisão:

$$\begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sin\,\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_p \\ v'_n \end{bmatrix}$$

Matriz de rotação

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Obtidas as componentes perpendiculares,

  podemos calcular as velocidades após a colisão:

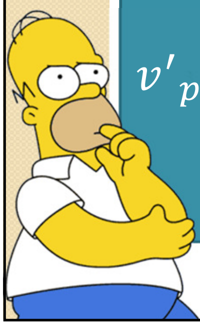
$$\begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sin\,\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_p \\ v_n \end{bmatrix}$$

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

$$v'_{p1} = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_{p1} + \frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} v_{p2}$$

$$v'_{p2} = \frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} v_{p1} + \frac{m_2 - em_1}{m_1 + m_2} v_{p2}$$



Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Podemos evitar trigonometria?

$$\begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sin\,\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_p \\ v_n \end{bmatrix}$$

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Podemos evitar trigonometria?

$$\begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sin\,\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_p \\ v_n \end{bmatrix}$$

Yes, we can!

Resposta a Colisão

Colisão de Dois Objetos

- Podemos evitar trigonometria?

$$\begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_p \\ v_n \end{bmatrix}$$

Basta aplicar projeções entre vetores!!!

Referências

- Notas de aula do professor *Rolf Lakaemper (CIS 350 – Game Programming)*
- Ericson, C. *Real-time collision detection* (2006), Elsevier