

Algoritmos e Estruturas de Dados II

Grafos – tipo abstrato de dados

Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

Material de aula de

Thiago A. S. Pardo

M. Cristina de Oliveira

Josiane M. Bueno

Elaine P. M. de Souza

Grafos

Tipo Abstrato de Dados (TAD)

- TAD grafo?
 - Dados/informação (encapsulados)
 - Estruturas de dados adequadas
 - Operações
- A escolha da estrutura de dados adequada para a representação de grafos tem um enorme impacto no desempenho de um algoritmo

Grafos

Estruturas de Dados

- Há duas representações usuais
 - Matriz de Adjacências
 - Listas de Adjacências
- Independência de implementação
 - permite alterar a implementação do tipo abstrato de dados sem ter que alterar a implementação das aplicações que o utilizam

Grafos
Estruturas de Dados

**Matriz de
Adjacências**

Grafos

Matriz de Adjacências

- Dado um grafo $G = (V, A)$, a **matriz de adjacências** M é uma matriz de ordem $|V| \times |V|$, tal que:

$|V|$ = número de vértices

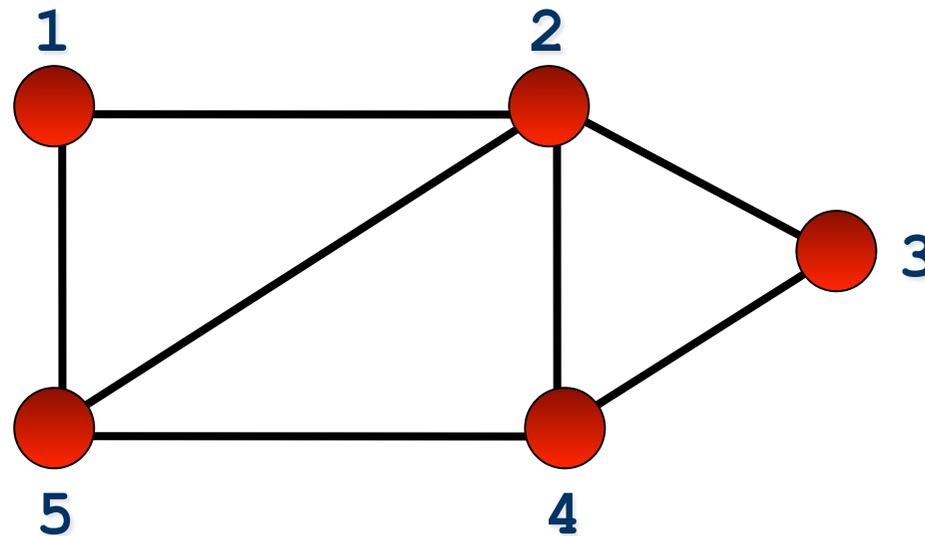
$M[u,v] = 1$, se existir aresta de u a v

$M[u,v] = 0$, se NÃO existir aresta de u a v

Grafos

Matriz de Adjacências

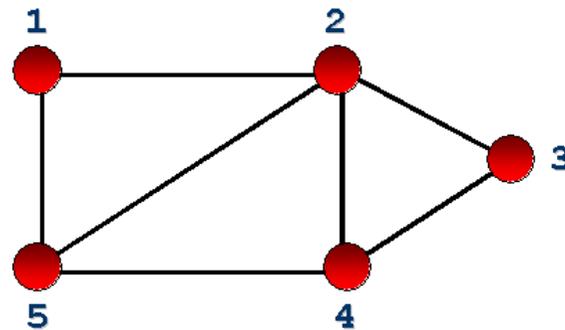
- Qual a matriz de adjacências do grafo a seguir?



Grafos

Matriz de Adjacências

- Resposta:



$M =$

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

← vértices

**Grafo
simétrico**

Grafos

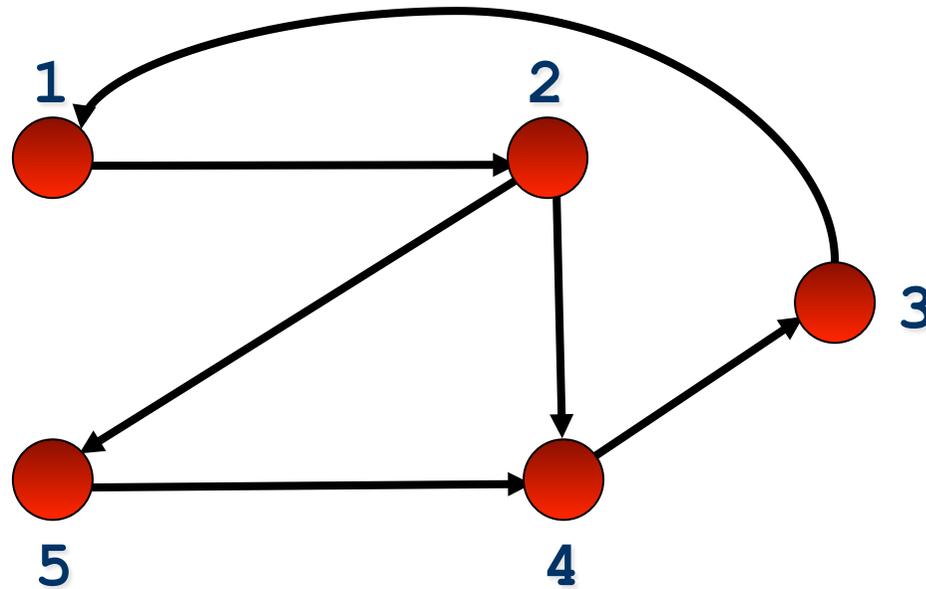
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for **direcionado**
 - $M[u,v]$ indica uma aresta que sai do vértice u e chega no vértice v , ou seja $u \rightarrow v$

Grafos

Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do dígrafo a seguir?

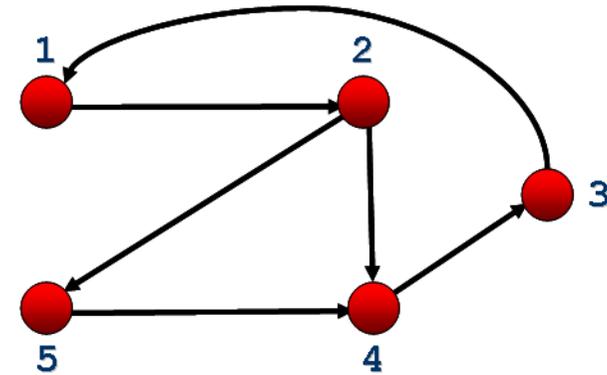


Grafos

Matriz de Adjacências

- Possível resposta:

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	0	0	0	1	1
3	1	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0



**Grafo
assimétrico**

Grafos

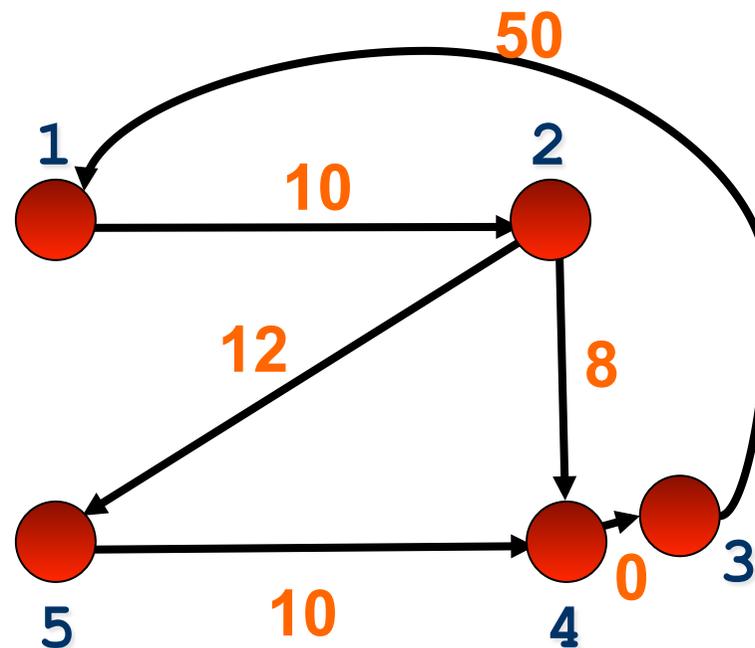
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for **ponderado**
 - $M[u,v]$ deve conter o peso associado com a aresta
 - Se não existir uma aresta entre u e v , então é necessário utilizar um valor que não possa ser usado como peso (como o valor 0 ou -1, por exemplo)

Grafos

Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do grafo direcionado e ponderado a seguir? Suponha que o grafo represente a distância em km entre cidades

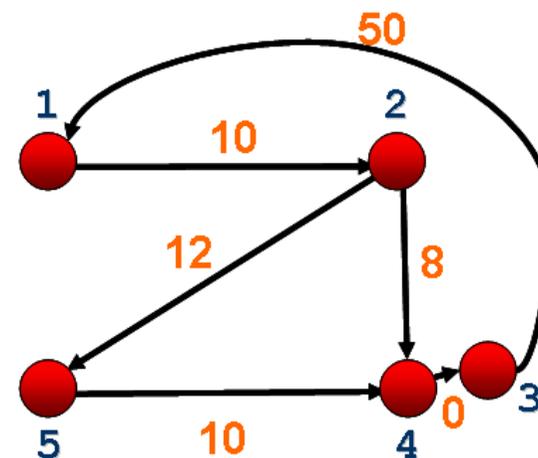


Grafos

Matriz de Adjacências

- Possível resposta:

	1	2	3	4	5
1	-1	10	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	8	12
3	50	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	0	-1	-1
5	-1	-1	-1	10	-1



**Grafo simétrico
ou assimétrico?**

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Característica**
 - forma mais simples de representação de grafos
- **Propriedades**
 - espaço de armazenamento: $O(|V|^2)$
 - matriz é simétrica para grafos não direcionados, sendo que aproximadamente metade do espaço pode ser economizado representando a matriz triangular superior ou inferior
 - teste se aresta (u,v) está no grafo: $O(1)$
 - tempo necessário para acessar um elemento é independente de $|V|$ ou $|A|$

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Vantagens**
 - representação útil para **grafos densos**, nos quais $|A|$ é próximo a $|V|^2$
 - **boa** quando se deseja **buscar arestas** rapidamente
- **Desvantagens**
 - **ruim** quando se necessita examinar a matriz toda: $O(|V|^2)$
- **Perguntas**
 - inserção e remoção de vértices: representação boa ou ruim?
 - inserção e remoção de arestas: representação boa ou ruim?

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Exemplos de operações básicas**
 - **Criar grafo**: cria um grafo G composto de um conjunto de vértices
 - **Inserir aresta**: insere uma aresta e seu peso no grafo G
 - **Remover aresta**: remove uma aresta do grafo G e retorna o seu peso
 - **Verificar a existência de aresta**: retorna verdadeiro se a aresta existe e falso caso contrário
 - **Imprimir grafo**: imprimir os vértices e arestas do grafo G

Grafos

Matriz de Adjacências

- Exemplos de operações básicas
 - Gerenciar vértices adjacentes
 - Verificar a existência de um vértice adjacente ao vértice v
 - Verificar se a lista de vértices adjacentes está vazia
 - Retornar o primeiro vértice da lista
 - Retornar o próximo vértice adjacente da lista
 - Gerar grafo transposto: cria um grafo transposto G^T a partir do grafo G
 - ...