

ICMC – USP  
SME 5779 – Inferência Estatística – 2013/1  
10ª lista de exercícios

1.  $X_1, \dots, X_n$  é uma amostra aleatória de uma população normal  $(\mu, \sigma_0^2)$ ,  $\sigma_0$  conhecido. Apresente um teste UMP com nível de significância  $\alpha$  para as hipóteses  $H_0 : \mu \geq \mu_0$  e  $H_1 : \mu < \mu_0$  e indique como calcular a probabilidade de significância.
2.  $X_1, \dots, X_n$  é uma amostra aleatória de uma população uniforme  $(0, \theta)$ ,  $\theta > 0$ .
  - (a) Apresente um teste UMP com nível de significância  $\alpha$  para as hipóteses  $H_0 : \theta = \theta_0$  e  $H_1 : \theta > \theta_0$ ,  $\theta_0 > 0$ .
  - (b) Represente graficamente a função do poder do teste obtido.
  - (c) Indique como calcular a probabilidade de significância para o teste obtido.
3. Seja  $X$  o número de sucessos em  $n$  independente realizações de um experimento com probabilidade de sucesso  $\theta$ . Deve ser testada  $H_0 : \theta \leq \theta_0$  contra  $H_1 : \theta > \theta_0$  com nível de significância  $\alpha$ .
  - (a) Apresente um teste UMP para estas hipóteses.
  - (b) Para  $n = 6$ ,  $\theta_0 = 1/4$  e os níveis  $\alpha = 5\%$  e  $10\%$ , apresente as regiões críticas dos testes e calcule o poder do teste contra  $\theta \in \{3/10, 4/10, 5/10, 6/10, 7/10\}$ .
  - (c) Represente graficamente a função do poder dos testes obtidos no item 3b.
  - (d) Para  $n = 26$  e  $x = 9$  sucessos, calcule a probabilidade de significância se  $\theta_0 = 1/4$ .
  - (e) Para  $\theta_0 = 2/10$  e  $\alpha = 5\%$  o poder contra  $\theta = 4/10$ , deve ser pelo menos  $9/10$ . Determine o tamanho amostral necessário.
4.  $X_1, \dots, X_n$  é uma amostra aleatória de uma população Weibull  $(\gamma_0, \theta)$ ,  $\gamma_0 > 0$  e  $\theta > 0$ , sendo que o parâmetro de forma  $\gamma_0$  é conhecido.
  - (a) Apresente um teste UMP com nível de significância  $\alpha$  para as hipóteses  $H_0 : \theta \leq \theta_0$  e  $H_1 : \theta > \theta_0$ .
  - (b) Indique como calcular a probabilidade de significância para o teste obtido.
5.  $X_1, \dots, X_n$  é uma amostra aleatória de uma população com função densidade  $f(x; \theta) = (x/\theta^2) \exp(-x/\theta) I_{(0, \infty)}(x)$ ,  $\theta > 0$ .
  - (a) Apresente um teste UMP com nível de significância  $\alpha$  para as hipóteses  $H_0 : \theta \geq \theta_0$  e  $H_1 : \theta < \theta_0$ .
  - (b) Indique como calcular a probabilidade de significância para o teste obtido.
6. Considere  $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{normal}(\mu, \sigma^2)$ . Apresente testes para cada um dos pares de hipóteses abaixo e indique em cada caso como calcular a probabilidade de significância.
  - (a)  $H_0 : \sigma = \sigma_0$  contra  $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$ .
  - (b)  $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$  contra  $H_1 : \sigma > \sigma_0$ .
7. Uma moeda é lançada cinco vezes com o objetivo de testar as hipóteses  $H_0$ : as probabilidades dos resultados “cara” e “coroa” são iguais e  $H_1$ : as probabilidades dos resultados “cara” e “coroa” são diferentes. Neste caso, a evidência mais forte contra  $H_0$  ocorre se forem obtidas cinco caras ou cinco coroas, que corresponde ao menor valor possível da probabilidade de significância. Calcule este valor. Para um nível de significância de  $5\%$ , qual seria sua decisão? Comente.