

# Árvore-B\*

Profa. Dra. Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

---

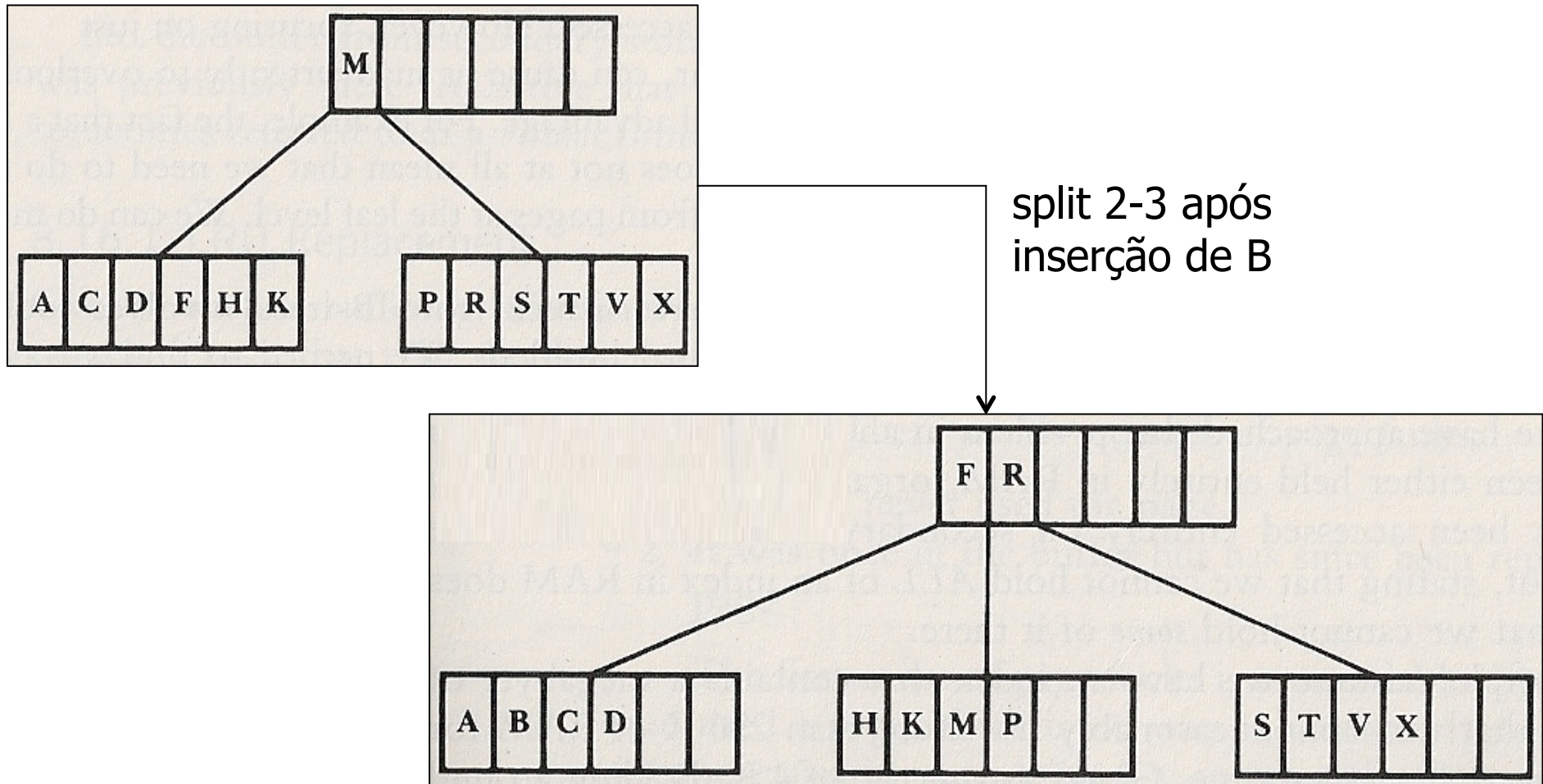
# Árvore-B\*

- Proposta por Knuth em 1973
    - variação de árvore-B
  - Característica
    - cada nó contém, no mínimo,  $2/3$  do número máximo de chaves
  - Posterga o *split*
    - estende a noção de redistribuição durante a inserção para incluir novas regras para o particionamento de nós
-

# Árvore-B\*

- Geração
    - utiliza uma variação do processo de subdivisão
  - Características
    - a subdivisão é adiada até que duas páginas irmãs estejam cheias
    - na sequência, a divisão do conteúdo das duas páginas em três páginas (*two-to-three split*) é realizada
-

# Split 2-to-3: Exemplo



# Definição Formal

- Propriedades de uma Árvore-B\*
    - cada página possui um máximo de  $m$  descendentes
    - cada página, exceto a raiz e as folhas, possui no mínimo  $(2m-1)/3$  descendentes → taxa de ocupação
    - a raiz possui pelo menos 2 descendentes, a menos que seja um nó folha
    - todas as folhas aparecem no mesmo nível
    - uma página interna com  $k$  descendentes contém  $k-1$  chaves
    - uma folha possui no mínimo  $\lfloor (2m-1)/3 \rfloor$  chaves e no máximo  $m - 1$  chaves → taxa de ocupação
-

# Observações

- **Mudança na taxa de ocupação**
    - afeta as rotinas de remoção e redistribuição
  - **Particionamento da raiz**
    - problema
      - raiz não possui nó irmão
    - soluções
      - dividir a raiz usando a divisão convencional (*1-to-2 split*); ou
      - permitir que a raiz seja maior
-

# Árvore-B Virtual

Profa. Dra. Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

---

# Acessos a Disco

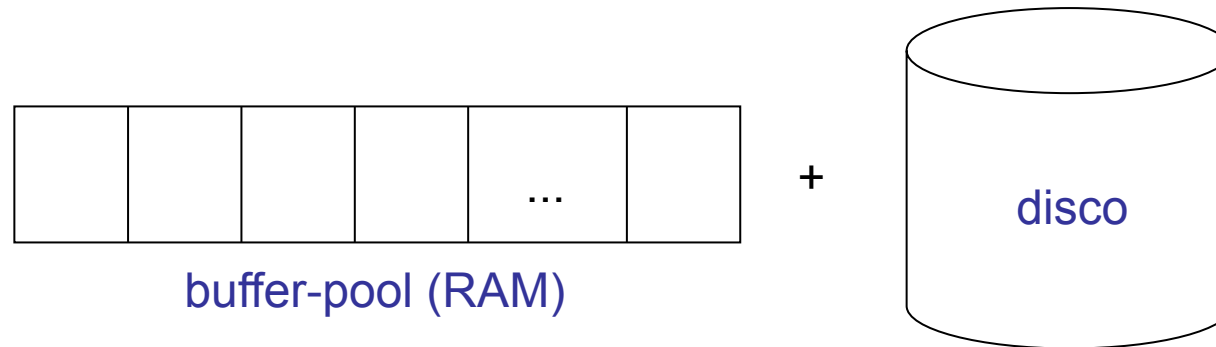
- Problema
    - encontrar uma maneira de fazer um uso eficiente de índices que são muito grandes para serem armazenados **inteiramente** em memória principal (i.e., RAM)
  - Objetivo
    - encontrar uma maneira de **diminuir** o número médio de acessos a disco para pesquisa
-



# Melhorias de Desempenho

- Manter **a página raiz** em memória principal
    - ainda deixa espaço disponível em RAM
    - diminui o número de acessos a disco em 1 no pior caso
  - Manter em um *buffer-pool* (i.e., em RAM) **um certo número de páginas** da árvore-B
    - abordagem mais genérica
-

# Árvore-B Virtual



- Pesquisa

- primeiro procura a página no *buffer-pool* para evitar acessos a disco
  - se a página não estiver no *buffer-pool*, o acesso é realizado em disco e a página é copiada para o *buffer-pool*
-

# Substituição de Páginas

- ***Page Fault***

- processo de acessar o disco para trazer uma página que não está no *buffer-pool*

- causas

- a página nunca foi utilizada

- a página foi *substituída* no *buffer-pool* por outra página

- **Decisão crítica**

- qual página deve ser substituída no *buffer-pool*, quando este encontra-se cheio?

---

# Opções

- Política **LRU** (*least recently used*)
    - substitui a página que foi acessada menos recentemente
  - Substituição baseada na **altura da página**
    - mantém as páginas que estão nos níveis mais altos da árvore (i.e., próximas à raiz)
    - utiliza a política LRU para as demais páginas (i.e., páginas mais utilizadas)
-

# Conclusão

- Buferização deve ser incluída em qualquer situação real de utilização de árvore-B
    - para um *buffer-pool* de um certo tamanho, é possível reduzir o número médio de acessos a disco para menos do que 1 acesso
  - Pesquisa de Webster (1980)
    - *buffer-pool* com capacidade de 10 páginas
      - somente LRU: 1,42 acessos a disco
      - LRU + altura da página: 1,12 acessos a disco
-

# Árvore-B<sup>+</sup>

Profa. Dra. Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

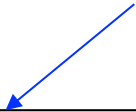
---

# Acesso Sequencial Indexado

- Alternativas (até o momento)
    - acesso indexado
      - o arquivo pode ser visto como um conjunto de registros que são indexados por uma chave
    - acesso sequencial
      - o arquivo pode ser acessado sequencialmente (i.e., registros fisicamente contínuos)
  - Ideia
    - arquivos devem permitir acesso indexado eficiente, e também acesso sequencial
-

# Organização dos Registros

- Problema
  - manter os registros ordenados fisicamente pela chave (*sequence set*)
- Solução
  - organizar registros em blocos



um bloco consiste na unidade básica de entrada e saída e deve ter seu tamanho determinado pelo tamanho do *buffer-pool*

---



# Uso de Blocos

- Características
    - o conteúdo de cada bloco está ordenado, e pode ser recuperado em um acesso
    - cada bloco mantém um ‘ponteiro’ para o bloco antecessor e um ‘ponteiro’ para o bloco sucessor
    - blocos logicamente adjacentes não estão (necessariamente) fisicamente adjacentes
  - Garante acesso sequencial ao arquivo
-

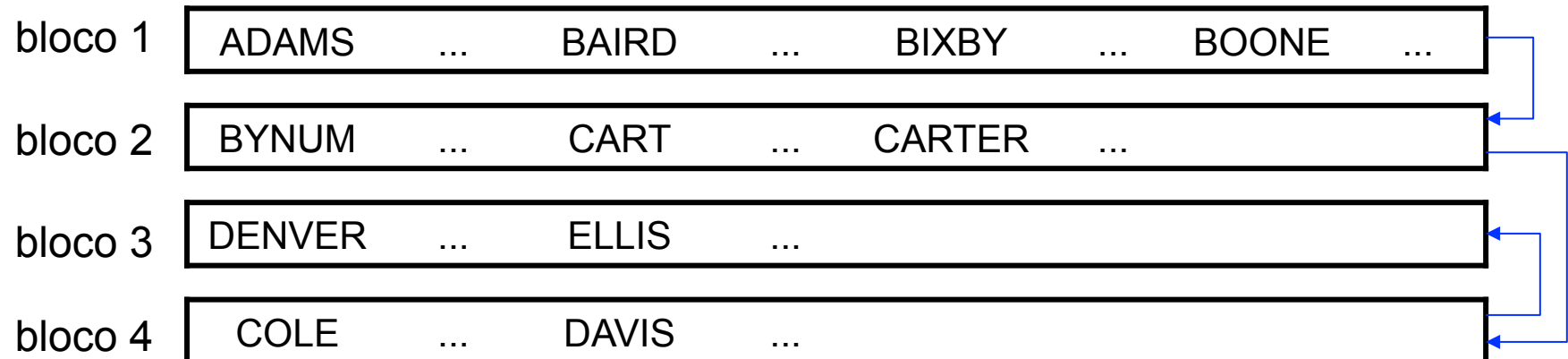
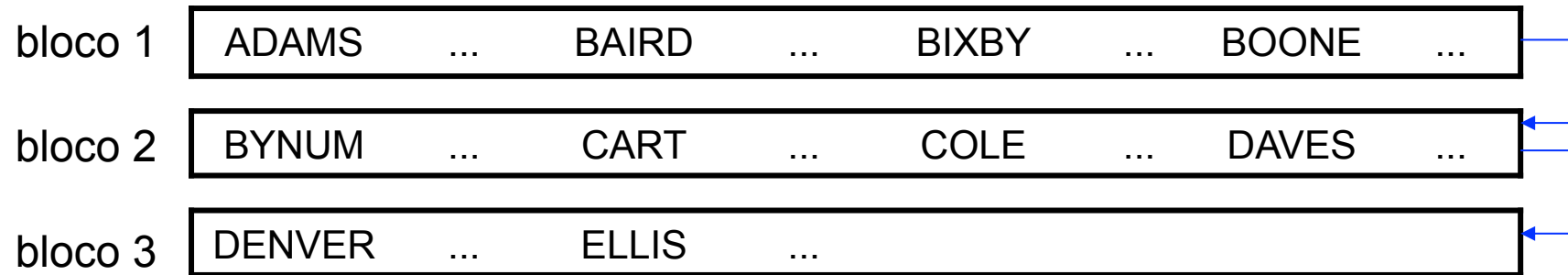
# Problema 1

- Inserção de registros pode provocar *overflow* em um bloco
- Solução
  - dividir o bloco, em um processo análogo ao realizado em árvores-B
  - passos
    - divide os registros entre os dois blocos
    - rearranja os ponteiros

não existe  
promoção !

---

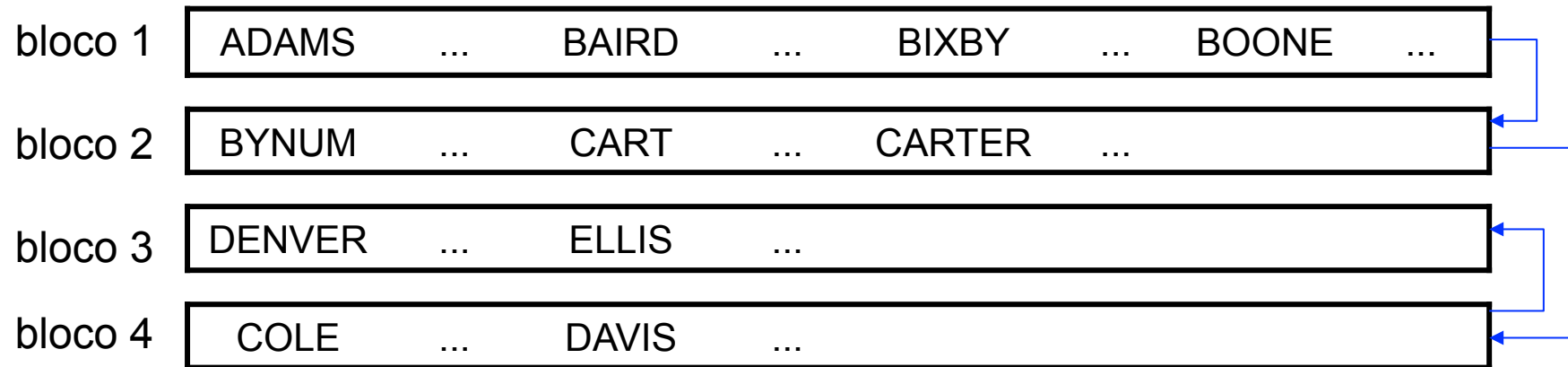
# Exemplo: Inserção de CARTER



# Problema 2

- Remoção de registros pode provocar *underflow* em um bloco
  - Solução
    - concatenar o bloco com o seu antecessor ou sucessor na sequência lógica
    - redistribuir os registros, movendo-os entre blocos logicamente adjacentes
-

# Exemplo: Remoção de DAVIS



# Uso de Blocos

- Custos associados
    - devido à fragmentação gerada pelas inserções, o arquivo pode ocupar mais espaço do que um arquivo ordenado comum
      - melhorias incluem redistribuição antes do particionamento, *split 2-to-3*, etc
    - a ordem física dos registros não é necessariamente sequencial ao longo do arquivo
-

# Tamanho do Bloco

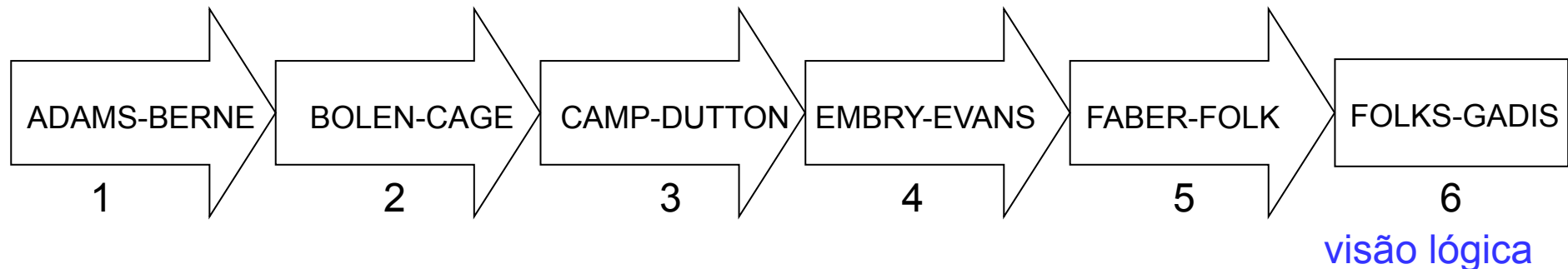
- Consideração 1
    - deve permitir que diversos blocos possam ser armazenados em RAM ao mesmo tempo
  - Consideração 2
    - deve permitir que um bloco possa ser acessado sem se pagar o custo de um *seek* com a operação de leitura ou escrita do bloco
      - a leitura ou a escrita de um bloco não deve consumir muito tempo
-

# Acesso aos Registros

- Característica
    - os registros podem ser acessados em ordem, sequencialmente, pela chave
  - Problema
    - localizar eficientemente um bloco com um registro particular, dado a chave do registro
  - Soluções
    - índice simples para referenciar os blocos
    - árvore-B+
-



# Índice Simples (Tabela)



chave	bloco
BERGE	1
CAGE	2
DUTTON	3
EVANS	4
FOLK	5
GADIS	6

## Índice de 1 nível

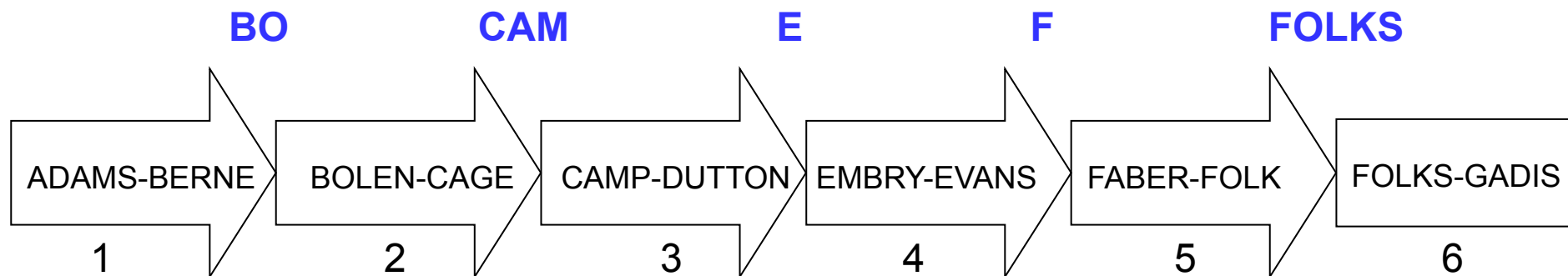
- registros de tamanho fixo
- contém a chave para o último registro no bloco

# Acesso Sequencial Indexado

- Combina
    - registros ordenados fisicamente pela chave (*sequence set*)
    - índice simples para referenciar os blocos
  - Restrição
    - a organização em tabela implica que o índice cabe na memória principal
      - busca binária no índice
      - atualização do índice em RAM
-

# Separadores

- Características
  - são mantidos no índice, ao invés das chaves de busca
  - possuem tamanho variável
- Exemplo



# Separadores

- Desafio
  - escolher o menor separador para utilizar no índice
- Tabela de decisão

chave de busca x separador	decisão
chave < separador	procure à esquerda
chave = separador	procure à direita
chave > separador	procure à direita

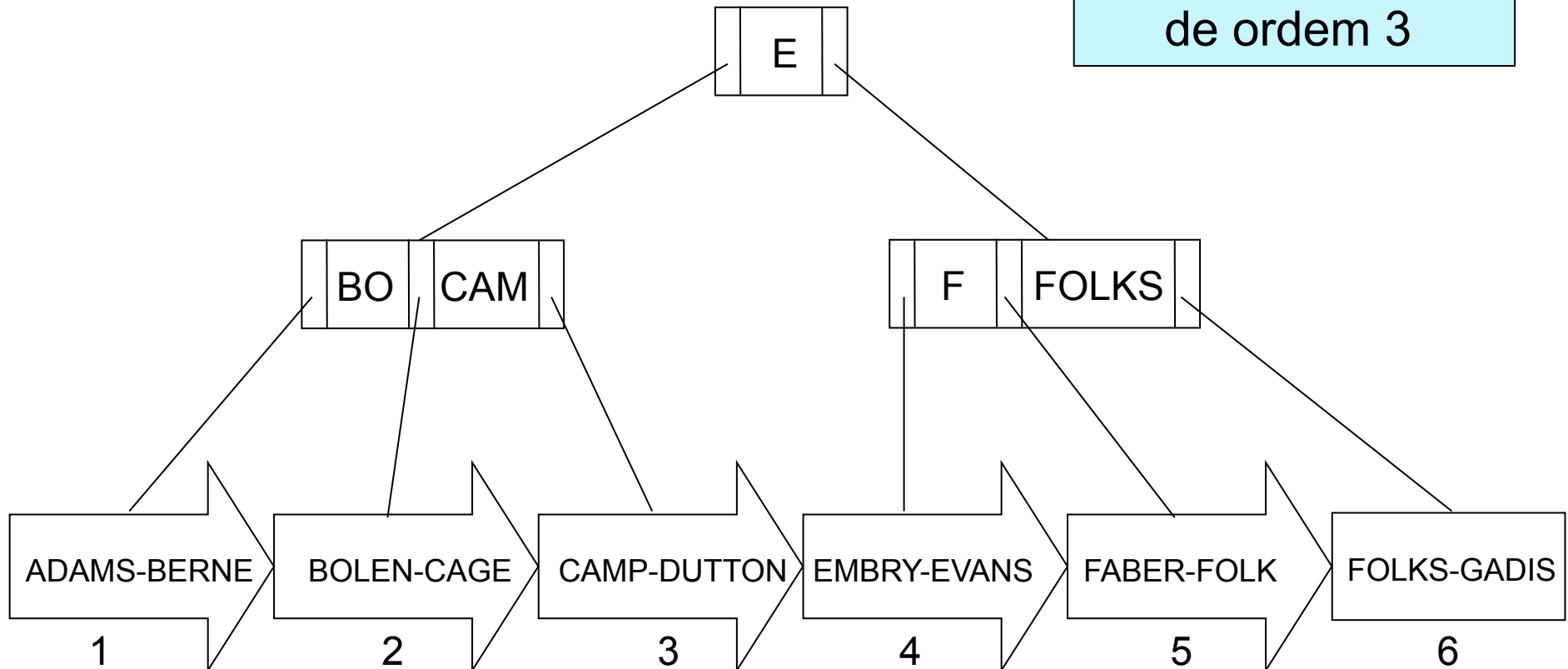
---

# Árvore-B+ Pré-Fixada

- Estrutura híbrida
    - chaves
      - organizadas como árvore-B
    - nós folhas
      - consistem em blocos de *sequence set*
  - Pré-fixada simples
    - armazena na árvore as cadeias separadoras mínimas entre cada par de blocos
-

# Árvore-B+ Pré-Fixada

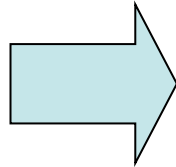
árvore-B  
de ordem 3



# Manutenção

- Cenários

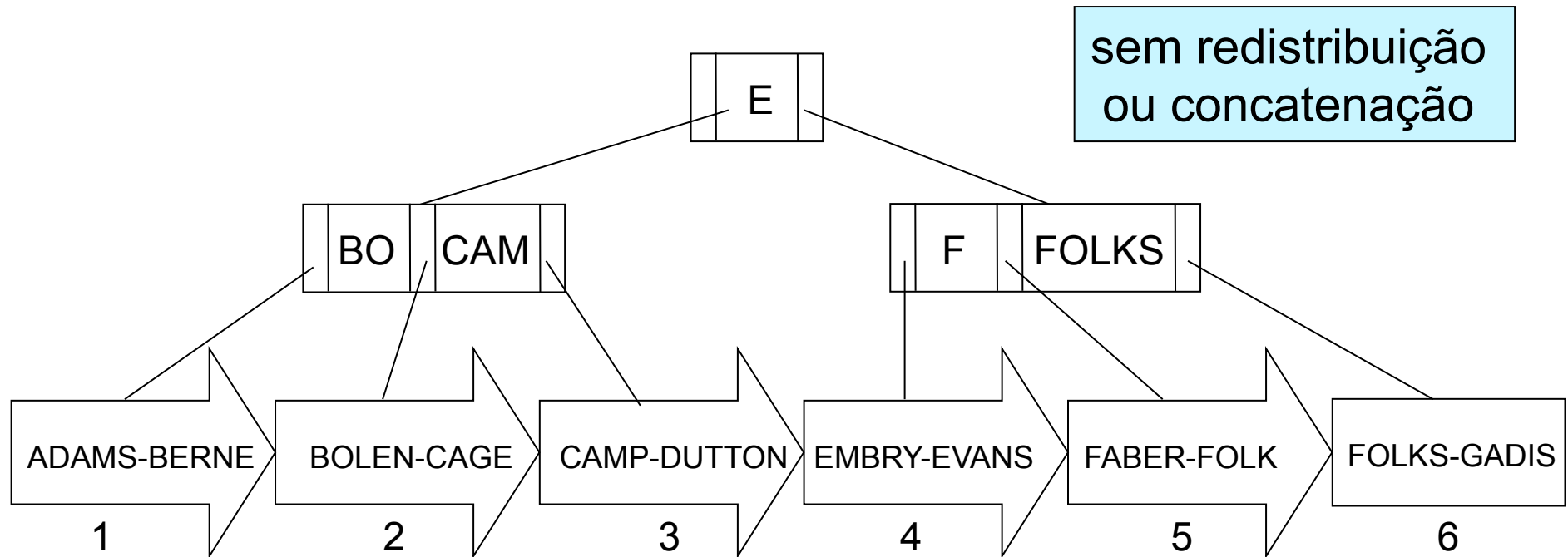
- inserção
- remoção
- *overflow*
- *underflow*



- Efeitos colaterais

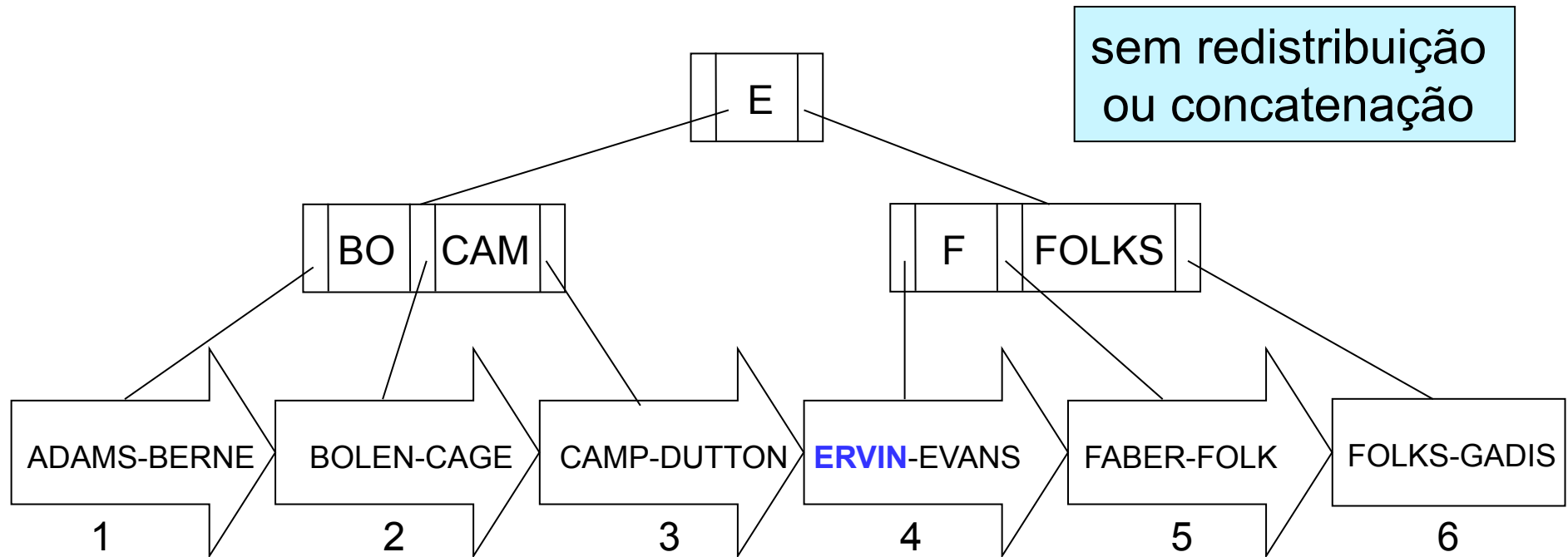
- *sequence set*
- árvore-B+

# Remoção de EMBRY



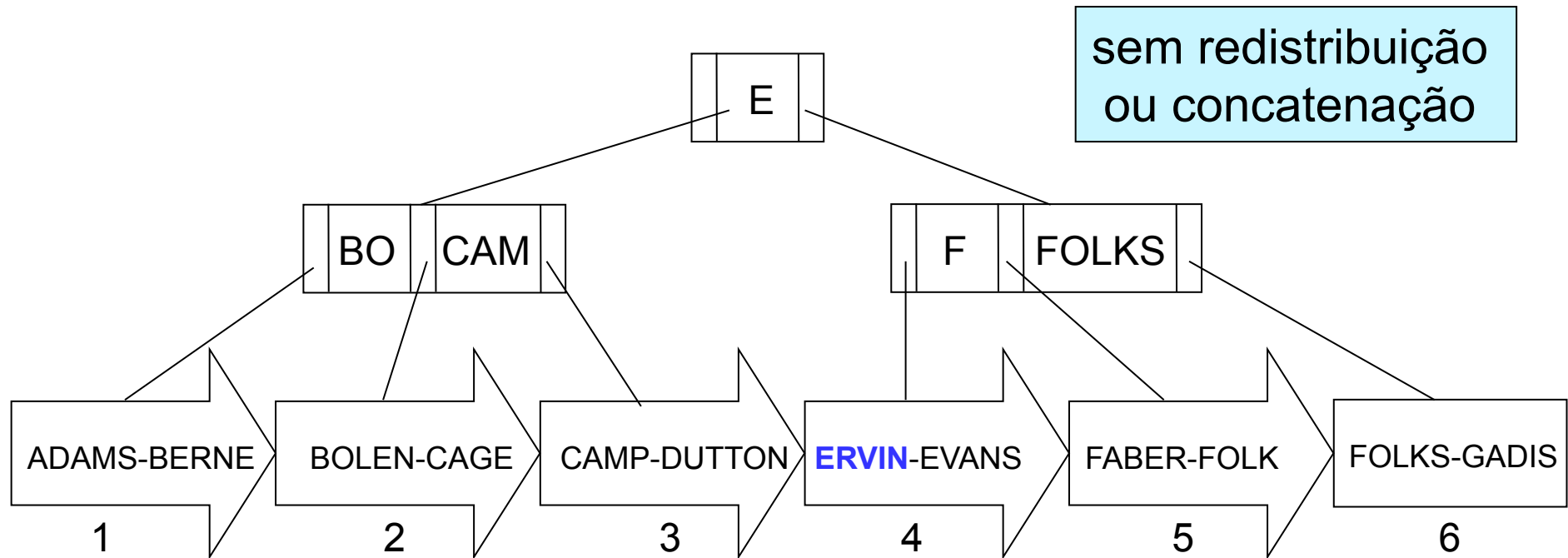


# Remoção de EMBRY



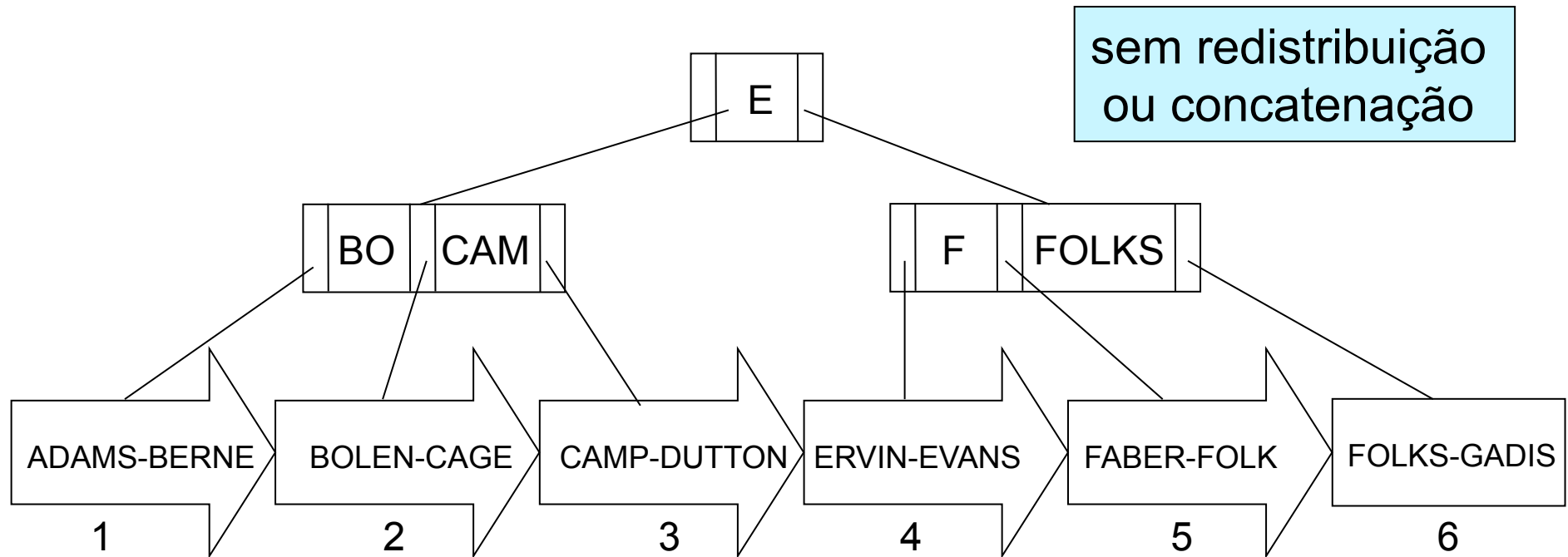
- Efeito no *sequence set*
    - limitado a alterações no bloco 4
-

# Remoção de EMBRY

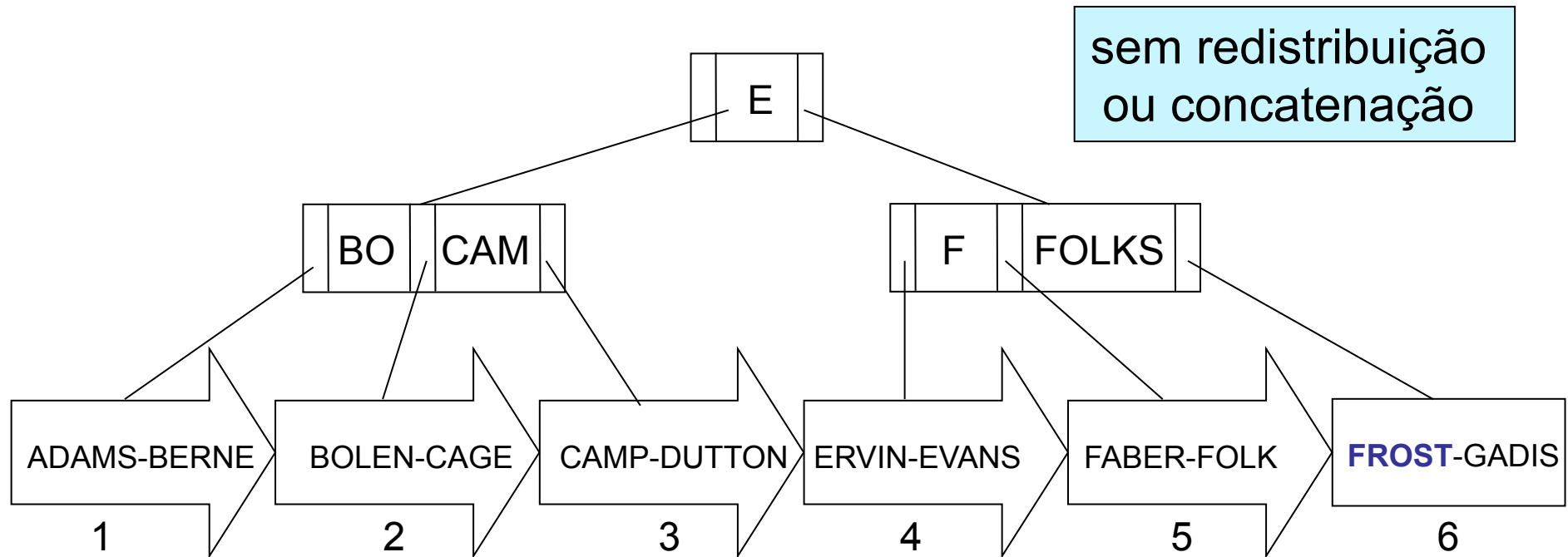


- Efeito na **árvore-B+**
    - nenhum: E é uma boa chave separadora
-

# Remoção de FOLKS

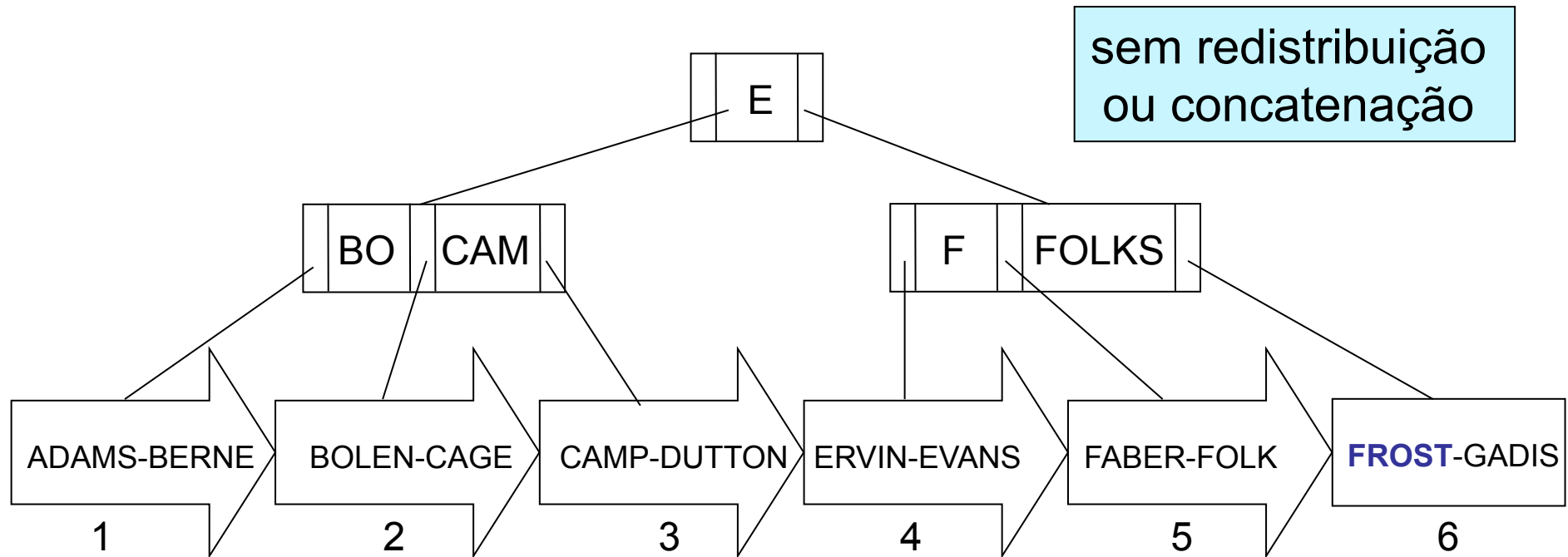


# Remoção de FOLKS



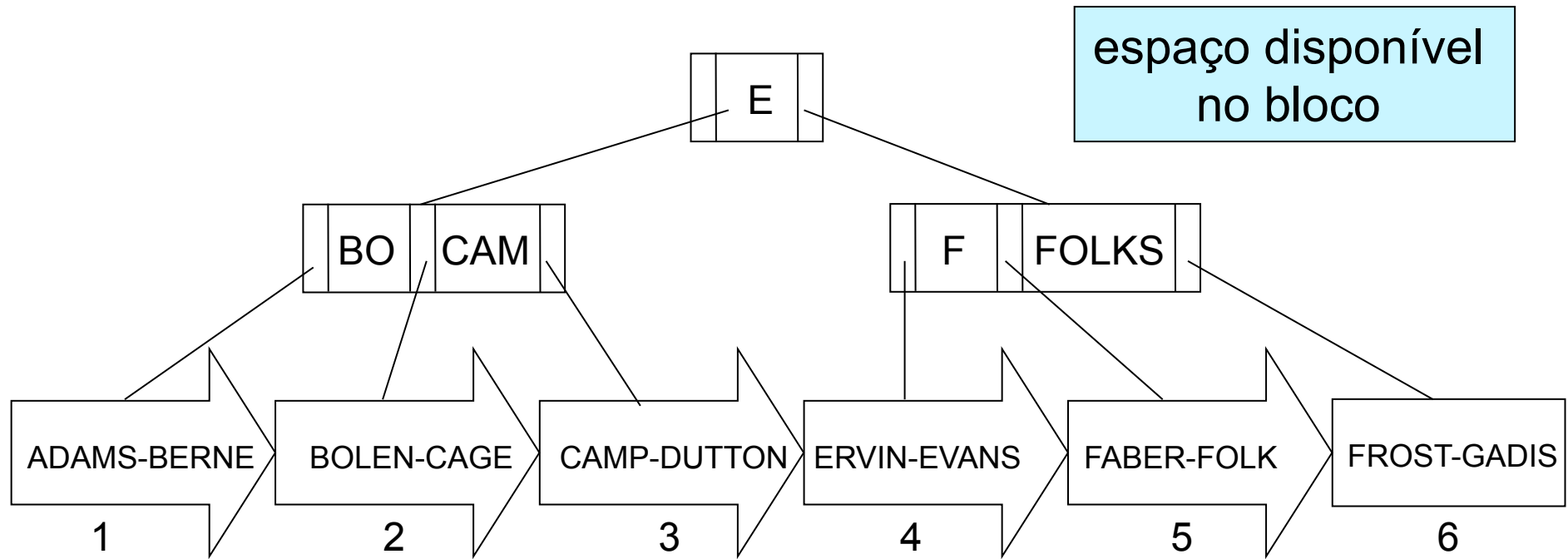
- Efeito no *sequence set*
    - limitado a alterações no bloco 6
-

# Remoção de FOLKS

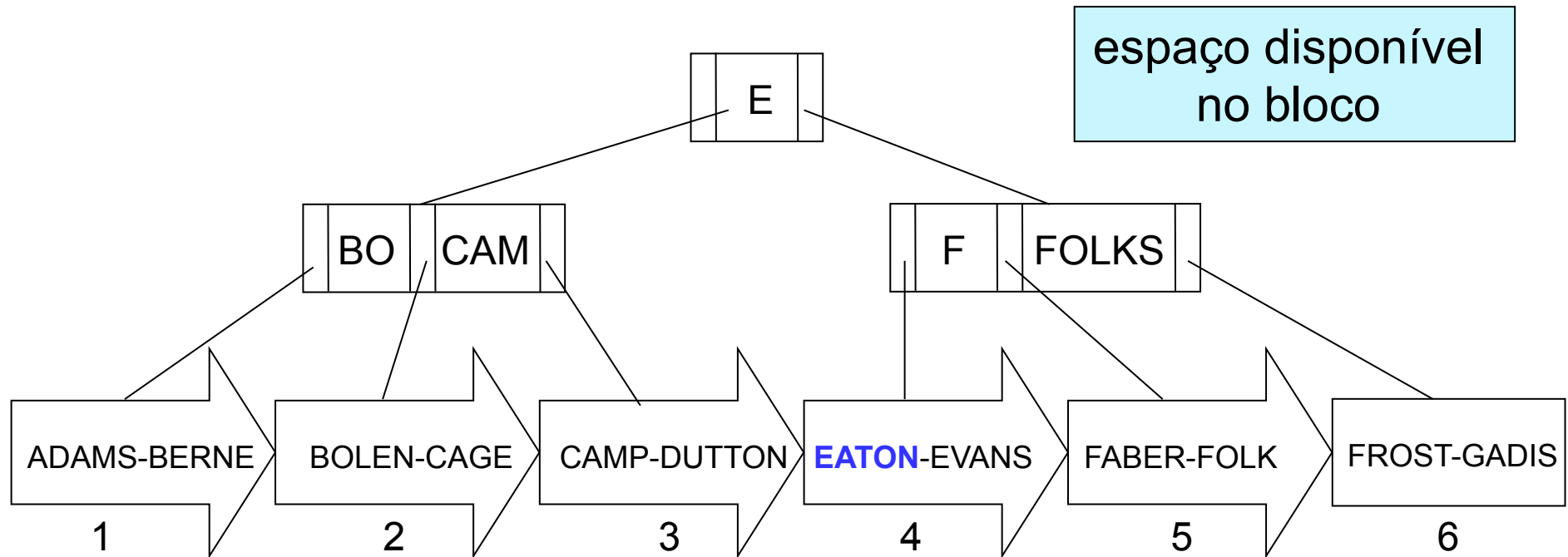


- Efeito na **árvore-B+**
  - nenhum: custos elevados

# Inserção de EATON

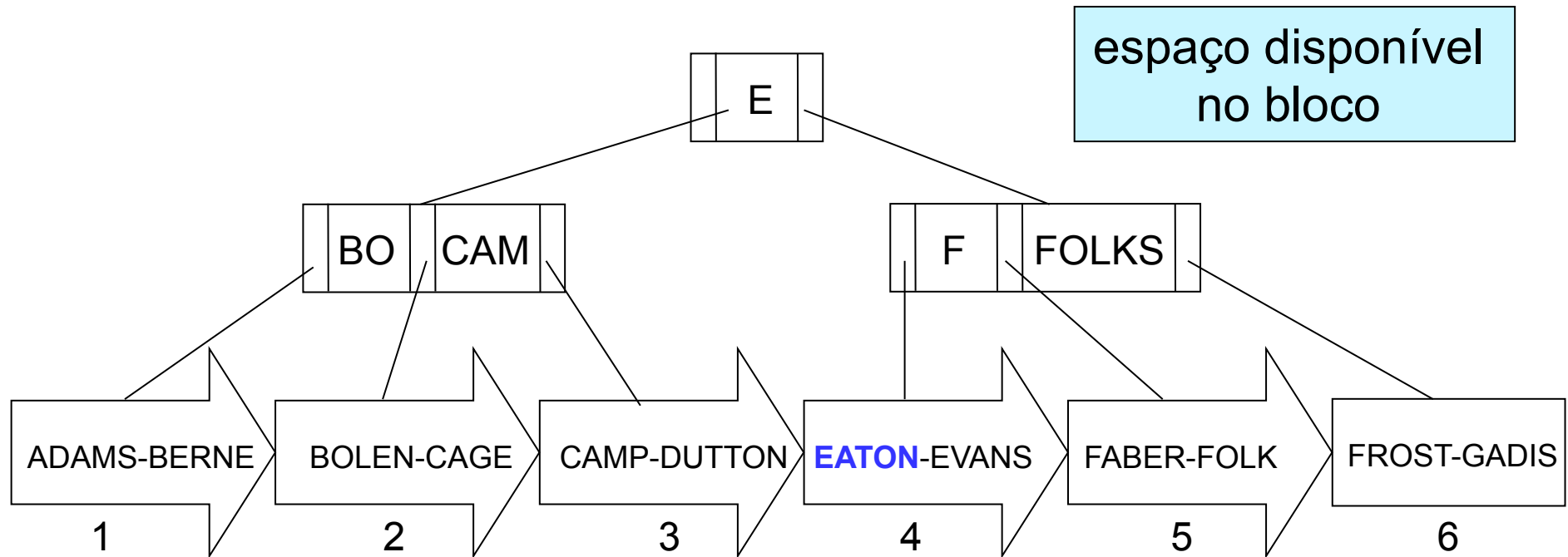


# Inserção de EATON



- Efeito no *sequence set*
    - limitado a alterações no bloco 4
-

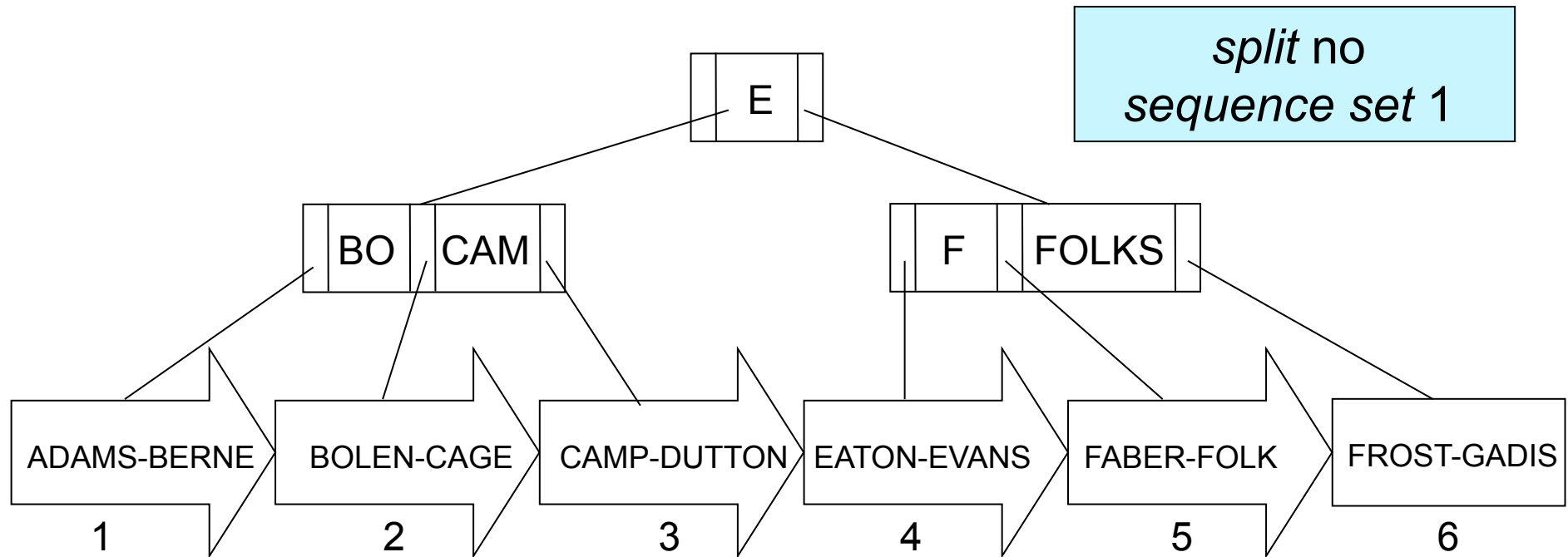
# Inserção de EATON



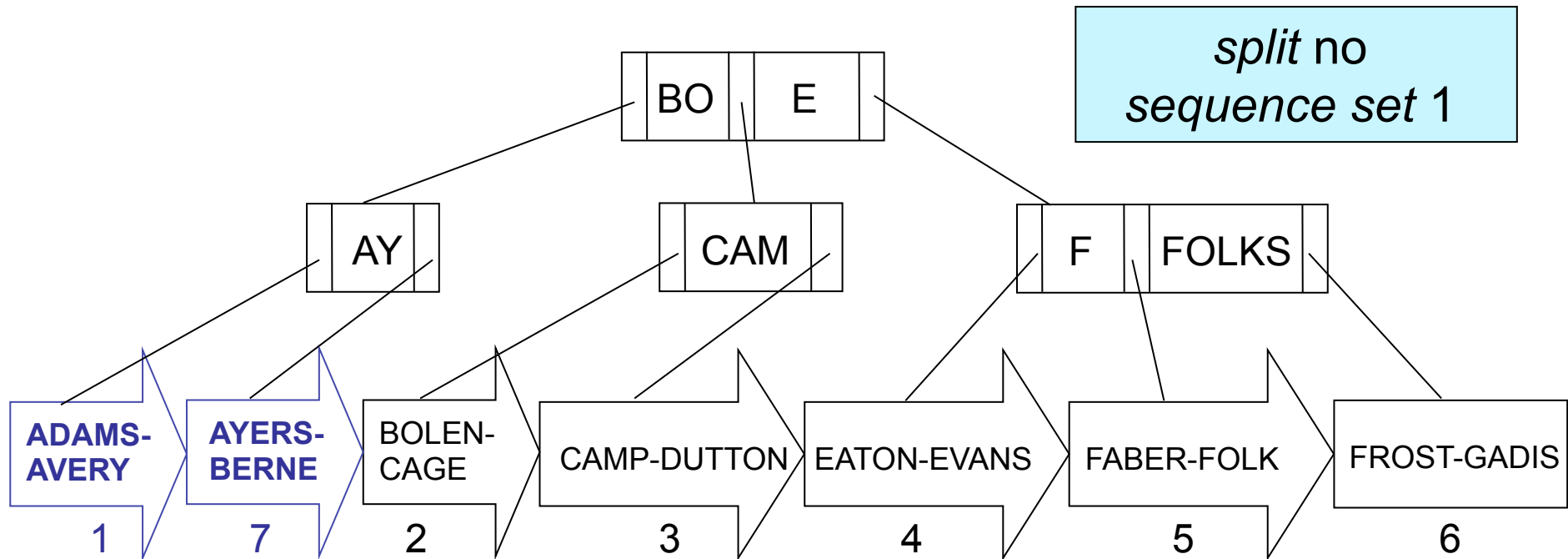
- Efeito na **árvore-B+**
    - nenhum: E é uma boa chave separadora
-



# Inserção de AVERY

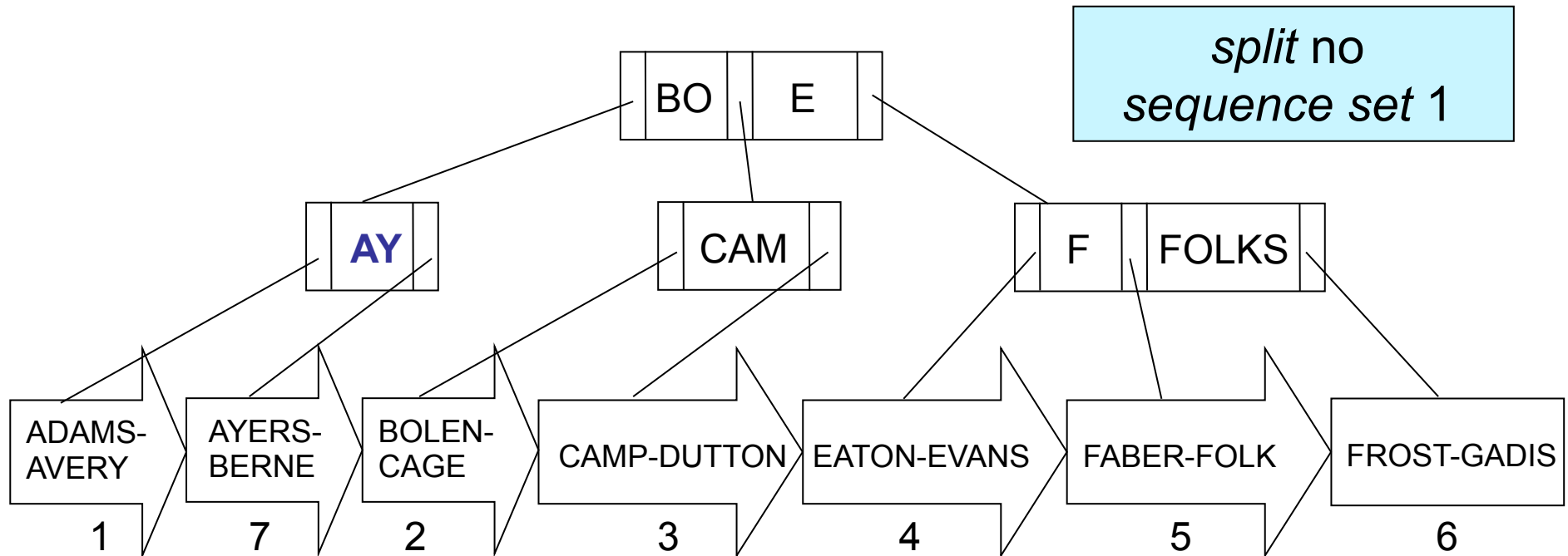


# Inserção de AVERY



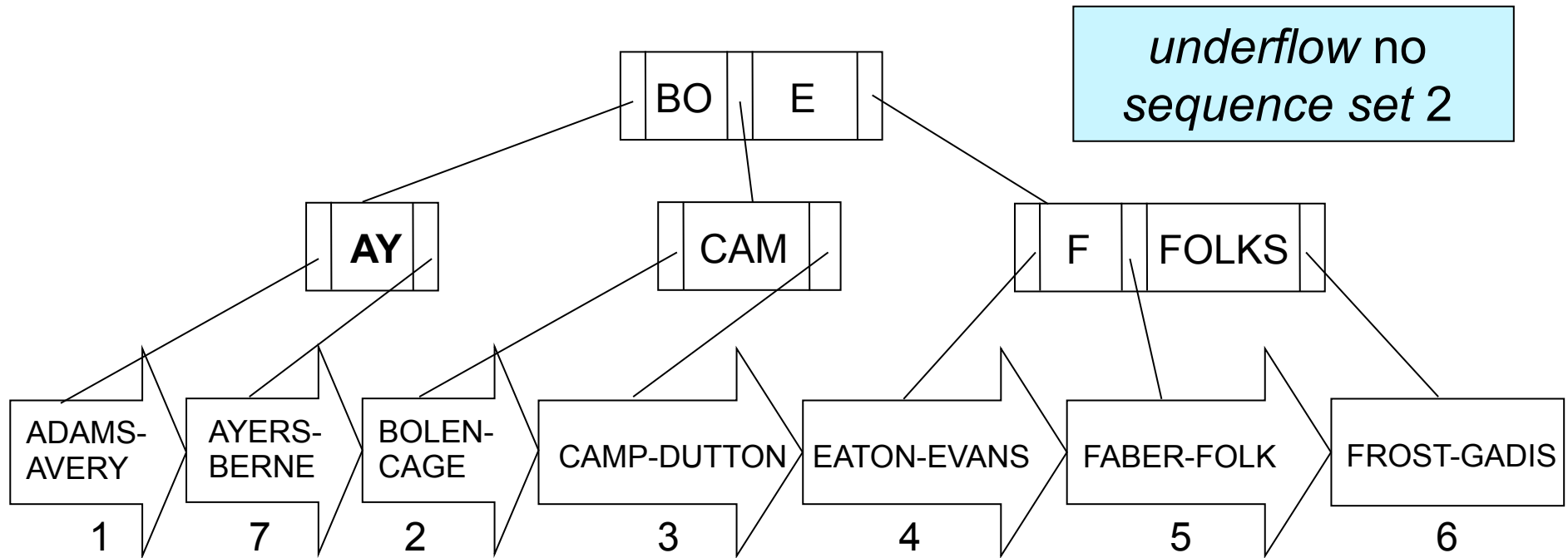
- Efeito no *sequence set*
    - dados do bloco 1 + AVERY distribuídos entre os blocos 1 e 7
-

# Inserção de AVERY

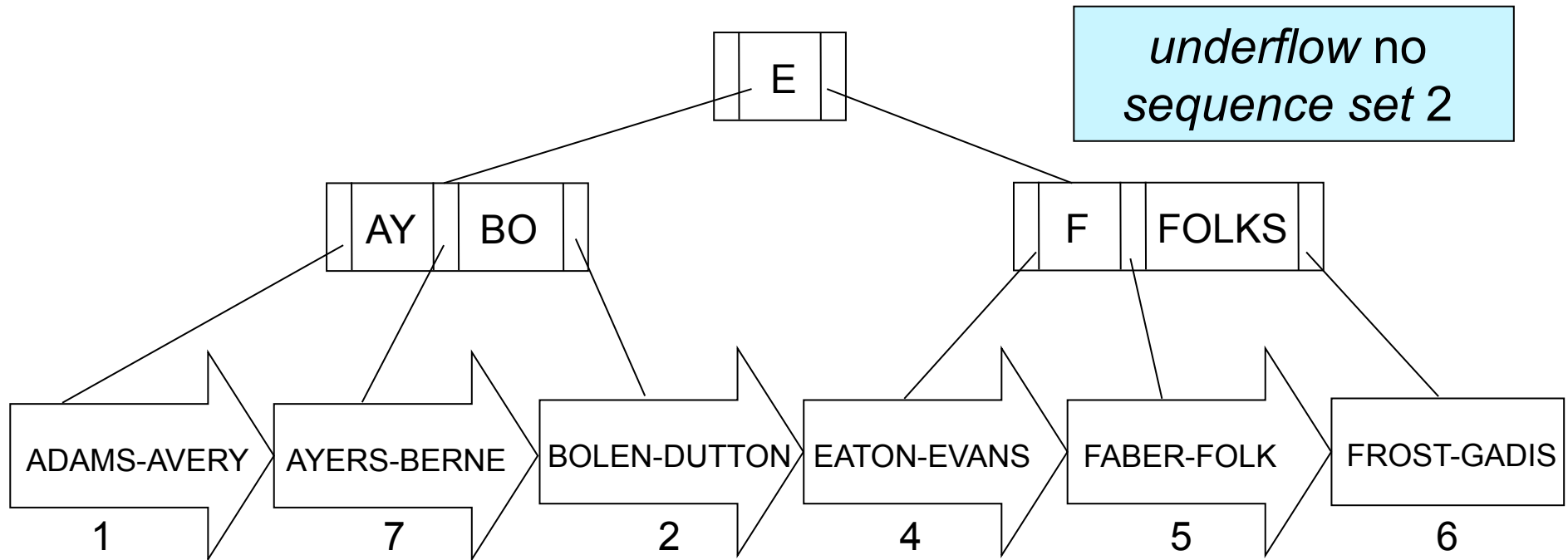


- Efeito na **árvore-B+**
    - separador adicional **AY** + *split* + promoção de chave
-

# Remoção de CAEL

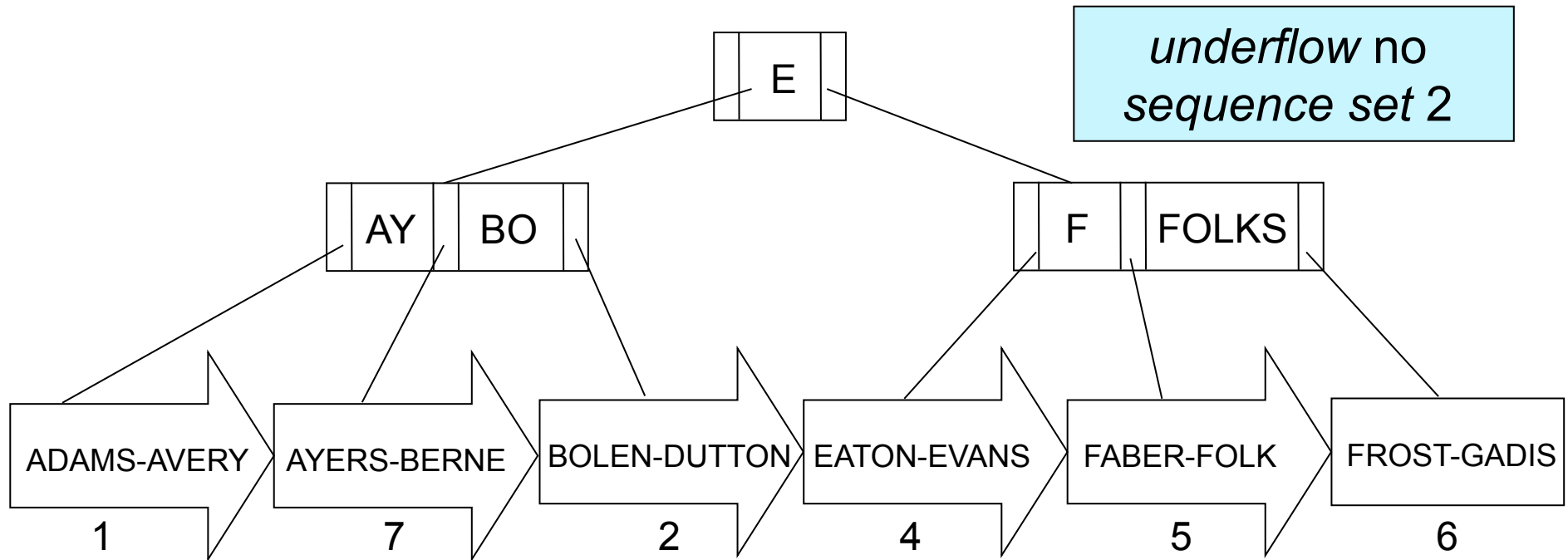


# Remoção de CAEL



- Efeito no *sequence set*
    - concatenação dos blocos 2 e 3
-

# Remoção de CAEL



- Efeito na **árvore-B+**
  - remoção de CAM e concatenação de nós

# Inserção e Remoção

- Primeiro passo: *Sequence Set*
  - inserir ou remover o dado
  - tratar, caso necessário
    - *split*
    - contatenação
    - redistribuição

alterações são  
sempre realizadas  
a partir do arquivo  
de dados

---

# Inserção e Remoção

- Segundo passo: *Árvore- $B^+$* 
    - se *split* no *sequence set*
      - inserir um novo separador no índice
    - se *concatenação* no *sequence set*
      - remover um separador do índice
    - se *distribuição* no *sequence set*
      - alterar o valor do separador no índice
-



# Observações Adicionais

- Tamanho físico de um nó no índice (i.e., árvore-B<sup>+</sup>) = Tamanho físico de um bloco no *sequence set*
  - Escolha direcionada pelos mesmos quesitos
    - tamanho do bloco
    - características do disco
    - quantidade de memória disponível
-

# Observações Adicionais

- Tamanho físico de um nó no índice (i.e., árvore-B<sup>+</sup>) = Tamanho físico de um bloco no *sequence set*
  - Facilidade para a implementação da árvore-B<sup>+</sup> virtual
-

# Observações Adicionais

- Tamanho físico de um nó no índice (i.e., árvore-B<sup>+</sup>) = Tamanho físico de um bloco no *sequence set*
  - Uso de um mesmo arquivo para armazenar os blocos do índice e os blocos do *sequence set*
    - evita *seeks* entre dois arquivos separados
-