

1. Nos itens 1a a 1d apresente uma aproximação para cada uma das integrais e compare sua solução com o valor exato.

(a) $\int_0^{\infty} \frac{x}{e^x - 1} dx.$

(b) $\int_0^1 \frac{\log(x)}{x^2 - 1} dx.$

(c) $\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + 2x \cos(a) + x^2} dx,$ para $a \in (0, \pi/2).$

(d) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2(x)}} dx,$ para $|a| < 1.$

2. Se uma corda é selecionada ao acaso sobre a circunferência de um círculo de raio r , qual a probabilidade de que o comprimento da corda seja maior do que r ?

Obs. Assuma que “ao acaso” significa que a corda é determinada por dois pontos selecionados com distribuição uniforme sobre a circunferência do círculo.

Apresente pelo menos mais uma forma de seleção da corda “ao acaso”.

3. Uma barra de comprimento L é partida em dois pontos selecionados ao acaso resultando em três peças. Apresente aproximações para as médias dos comprimentos mínimo e máximo com estimativas de seus respectivos erros padrão.

4. Uma variável aleatória X tem função densidade de probabilidade

$$f(x; \alpha, \beta) = \alpha\beta x^{\alpha-1}(1 - x^\alpha)^{\beta-1},$$

se $x \in (0, 1)$, e $f(x; \alpha, \beta) = 0$, caso contrário, em que $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

Para alguns valores de α e β ,

(a) represente graficamente $f(x; \alpha, \beta)$ e

(b) apresente aproximações para $E(X)$ e $E(X^2)$ com estimativas de seus respectivos erros padrão.