Algoritmos e Estruturas de Dados II

Grafos – tipo abstrato de dados

Thiago A. S. Pardo
Profa. M. Cristina
Material de aula da Profa.
Josiane M. Bueno

Grafos

Tipo Abstrato de Dados

- **Última aula: TAD grafo?**

Grafos

Tipo Abstrato de Dados

- **Última aula: TAD grafo?**
  - **Dados/informação (encapsulados)**
    - **Estruturas de dados adequadas**
  - **Operações**

Grafos
Estruturas de Dados

- A escolha da estrutura de dados certa para a representação de grafos tem um enorme impacto no desempenho de um algoritmo.

- Há duas representações usuais:
  - Matriz de Adjacências
  - Listas de Adjacências

Grafos

Matriz de Adjacências

- Dado um grafo $G = (V, E)$, a **matriz de adjacências** M é uma matriz de ordem |V|x|V|, tal que:

|V| = número de vértices

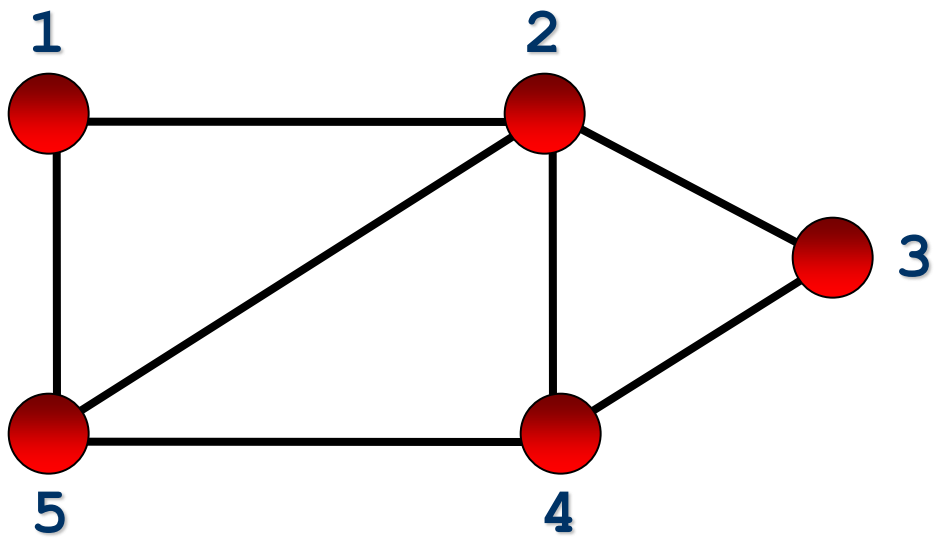
M[i,j] = 1, se existir aresta de i a j

M[i,j] = 0, se NÃO existir aresta de i a j

Grafos

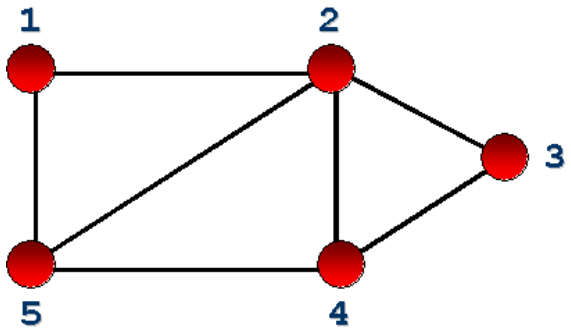
Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do grafo a seguir?



Grafos
Matriz de Adjacências

- **Resposta:**



$M =$

	1	2	3	4	5	
	0	1	0	0	1	1
	1	0	1	1	1	2
	0	1	0	1	0	3
	0	1	1	0	1	4
	1	1	0	1	0	5

vértices

Grafo não direcionado

➔Matriz simétrica

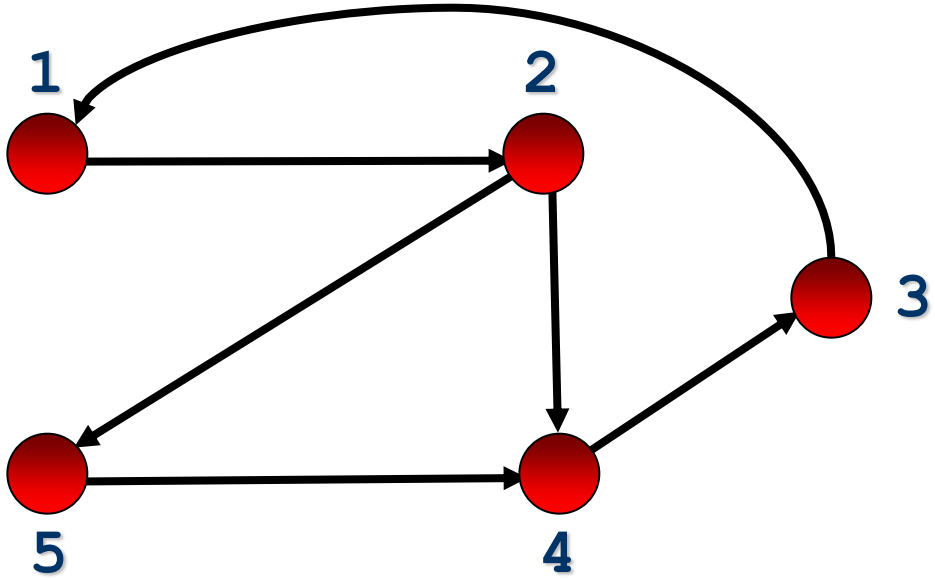
Grafos
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for direcionado
  - M[i,j] deve indicar ou não a presença de uma aresta divergente de i e convergente em j, ou seja i → j

Grafos

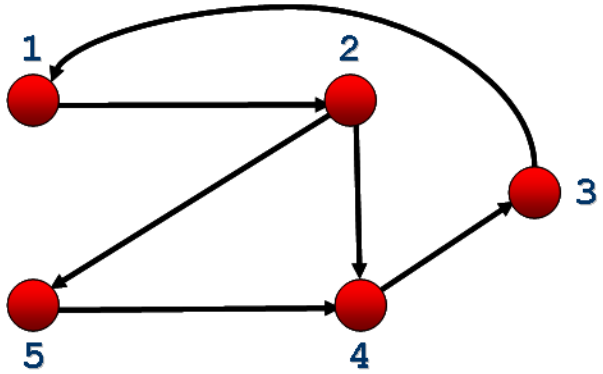
Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do dígrafo a seguir?



Grafos
Matriz de Adjacências

- **Possível resposta:**



	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	0	0	0	1	1
3	1	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0

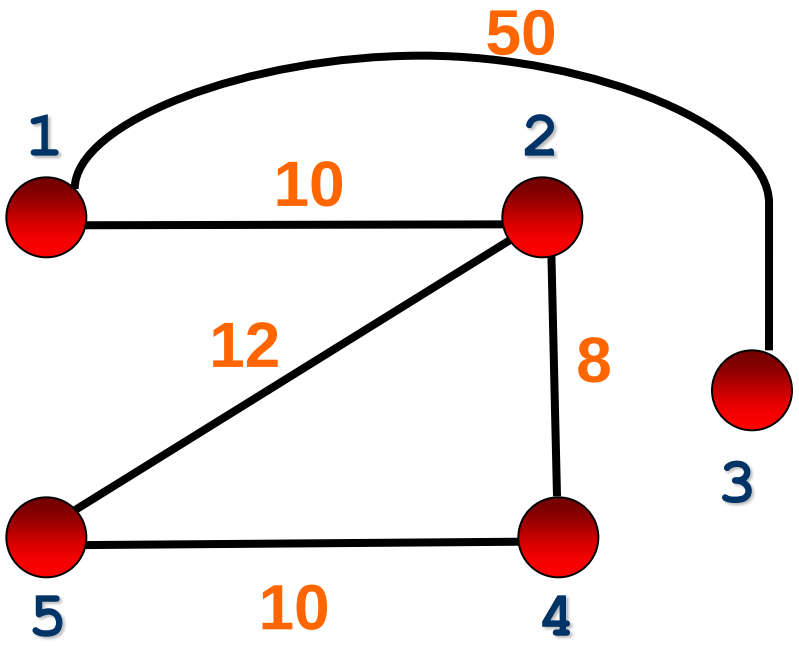
Matriz assimétrica

Grafos
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for valorado
  - M[i,j] deve conter o peso associado com a aresta
  - Se não existir uma aresta entre i e j, então é necessário utilizar um valor que não possa ser usado como peso (como o valor 0 ou negativo, por exemplo)

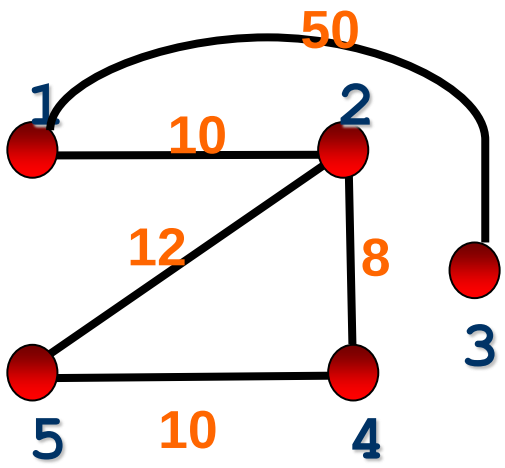
Grafos
Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do grafo valorado a seguir? Suponha que o grafo represente a distância em km entre cidades



Grafos
Matriz de Adjacências

- **Possível resposta:**



	1	2	3	4	5
1	0	10	50	-1	-1
2	10	0	-1	8	12
3	50	-1	0	-1	-1
4	-1	8	-1	0	10
5	-1	12	-1	10	0

Grafos

Matriz de Adjacências

- Forma mais simples de representação

- Propriedades
  - armazenamento: ?
  - teste se aresta (i,j) está no grafo: ?

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Forma mais simples de representação**

- **Propriedades**
  - **armazenamento: $O(|V|^2)$**
  - **teste se aresta (i,j) está no grafo: O(1)**

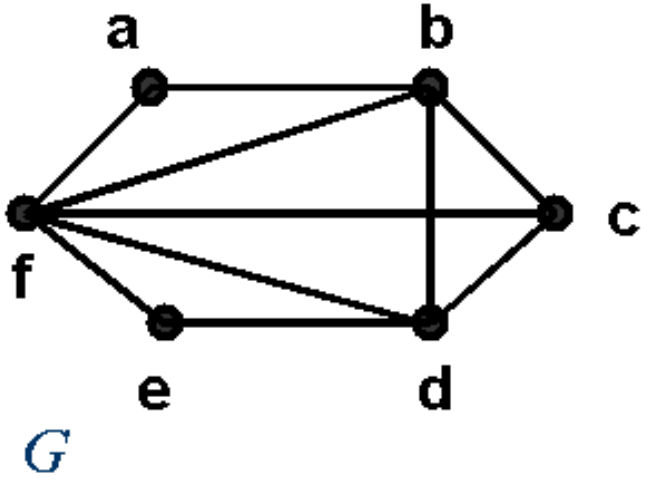
Grafos

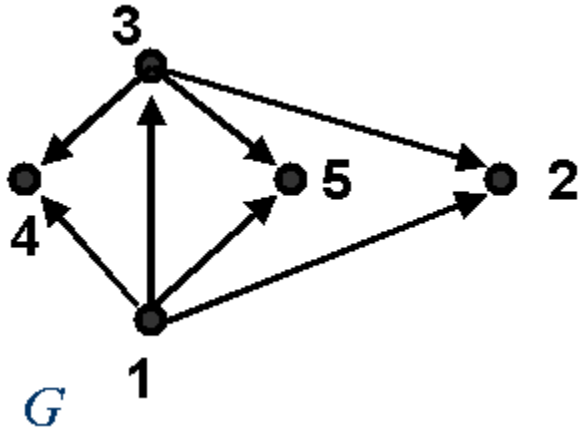
Matriz de Adjacências

- Representação útil para grafos densos
- Boa para quando desejamos buscar arestas/vértices adjacentes rapidamente
- Ruim quando se necessita examinar a matriz toda: $O(|V|^2)$
- Inserção e remoção de vértices e arestas: representação boa ou ruim?

Grafos

Exercício de Fixação





- **Represente os grafos acima utilizando matrizes de adjacências**

Grafos
Matriz de Adjacências

- Implementação de algumas das operações mais comuns
  - Criar grafo vazio
  - Inserir aresta
  - Dois vértices dados são adjacentes?
  - Retirar aresta
  - Calcular o grau de um vértice (de entrada/saída, se dígrafo)
  - Obter lista de vértices adjacentes a um determinado vértice
  - Imprimir grafo
  - Outras: caminho entre 2 vértices, etc. (não básicas)

GrafoNaoDirecionado.h

```
#define MaxNumVertices 100

typedef int elem;

typedef struct {
        elem mAdj[MaxNumVertices][MaxNumVertices];
        int NumVertices;
} Grafo;

void criar(Grafo*, int, int*);
void inserir_aresta(Grafo*, int, int, elem, int*);
int existe_aresta(Grafo*, int, int, int*);
void retirar_aresta(Grafo*, int, int, elem*, int*);
int grau_vertice(Grafo*, int, int*);
void imprimir(Grafo*); ...
```

GrafoNaoDirecionado.c

```
#include “GrafoNaoDirecionado.h"

/*função que inicializa um grafo com um determinado número de vértices dado pelo usuário */
void criar(Grafo *G, int NumVertices, int *erro) {
      int i, j;
      if (NumVertices>MaxNumVertices)
        *erro=1;
     else {
          *erro=0;
           G->NumVertices=NumVertices;
          for (i=0; i<G->NumVertices; i++)
              for (j=0; j<G->NumVertices; j++)
                  G->mAdj[i][j]=0;
     }
}
```

GrafoNaoDirecionado.c

```
/*função que insere uma aresta de peso P entre V1 e V2 no grafo*/

void inserir_aresta(Grafo *G, int V1, int V2, elem P, int *erro) {
    if ((V1>G->NumVertices) || (V2>G->NumVertices))
       *erro=1;
    else {
        *erro=0;
        G->mAdj[V1][V2]=P;
        G->mAdj[V2][V1]=P;
    }
}
```

GrafoNaoDirecionado.c

```
/*função que verifica se uma aresta existe entre 2 vértices*/

int existe_aresta(Grafo *G, int V1, int V2, int *erro) {
    if ((V1>G->NumVertices) || (V2>G->NumVertices)) {
       *erro=1;
       return 0;
    }
    else {
         *erro=0;
         return(G->mAdj[V1][V2]>0);
    }
}
```

GrafoNaoDirecionado.c

```
/*função que retira uma aresta do grafo, retornando seu peso*/

void retirar_aresta(Grafo *G, int V1, int V2, elem *P, int *erro) {
   if ((V1>G->NumVertices) || (V2>G->NumVertices))
     *erro=1;
   else {
       if (G->mAdj[V1][V2]==0)
         *erro=1;
       else {
           *erro=0;
           *P=G->mAdj[V1][V2];
           G->mAdj[V1][V2]=0;
           G->mAdj[V2][V1]=0;
       }
   }
}
```

GrafoNaoDirecionado.c

```
/*função que calcula o grau de um vértice*/

 int grau_vertice(Grafo *G, int V1, int *erro) {
      int grau; int j;
      if (V1>G->NumVertices)
      *erro=1;
    else {
         *erro=0
         grau=0;
         int j;
         for (j=0; j<=G->NumVertices; j++) {
              if (G->mAdj[V1][j] != 0)
              grau++;}
          }
   }
return grau;
}
```

GrafoNaoDirecionado.c

/*função que retorna todos os vértices adjacentes a um vértice dado*/

Para fazer em casa e testar juntamente com todas as outras

Exercício

- **Modifique o TAD anterior para o caso de Dígrafo**

Grafos
Matriz de Adjacências

- **Exercício**
  - **Implementar sub-rotina que encontre a aresta de menor peso em um grafo valorado**

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Questão**
  - **Cada grafo associa-se a uma única matriz de adjacência. O inverso é verdade?**