ICMC – USP – SME0802 Inferência I

2ª prova – 1º/2013 – 26/6/2013

Nº USP e nome:

1. Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória da população com função densidade

$$f(x;\theta) = \frac{2x}{\theta^2} \exp\left(-\frac{x^2}{\theta^2}\right) I_{(0,\infty)}(x),\ \theta > 0.$$

   Apresente a função $\tau(\theta)$ para a qual existe um estimador eficiente. Apresente o estimador eficiente da função $\tau(\theta)$.

2. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória da distribuição $\mathsf{Poisson}(\theta)$. Apresente o ENVVUM de θ^2. O ENVVUM de θ^2 é eficiente?

3. O tempo de vida (em anos) de um certo componente segue uma distribuição $\mathsf{exponencial}(\theta)$ em que $f(x;\theta) = \theta \exp(-\theta x) I_{(0,\infty)}(x)$. Com base em uma amostra aleatória de n observações, devemos estimar a probabilidade de que o tempo de vida exceda um ano, denotada por $\tau(\theta)$. Apresente dois estimadores consistentes para $\tau(\theta)$, sendo que um deles deve ser não viesado.

4. Para cada uma das seguintes distribuições apresente uma estatística suficiente com base em uma amostra aleatória $X_1, \ldots, X_n$.

   (a)
$$f(x;\theta) = \frac{1}{2\theta} \exp(-|x|/\theta) I_{\mathbb{R}}(x),\ \theta > 0.$$

   (b)
$$f(x;\theta) = \frac{1}{6\theta^4} x^3 \exp(-x/\theta) I_{(0,\infty)}(x),\ \theta > 0.$$

5. Para a distribuição do item 4a, temos que $2\sum_{i=1}^{n} |X_i|/\theta \sim \chi^2_{2n}$ (qui-quadrado com $2n$ graus de liberdade), cuja esperança é $2n$. Apresente um ENV para θ. O estimador é um ENVVUM? O estimador é consistente?

Justifique suas respostas!