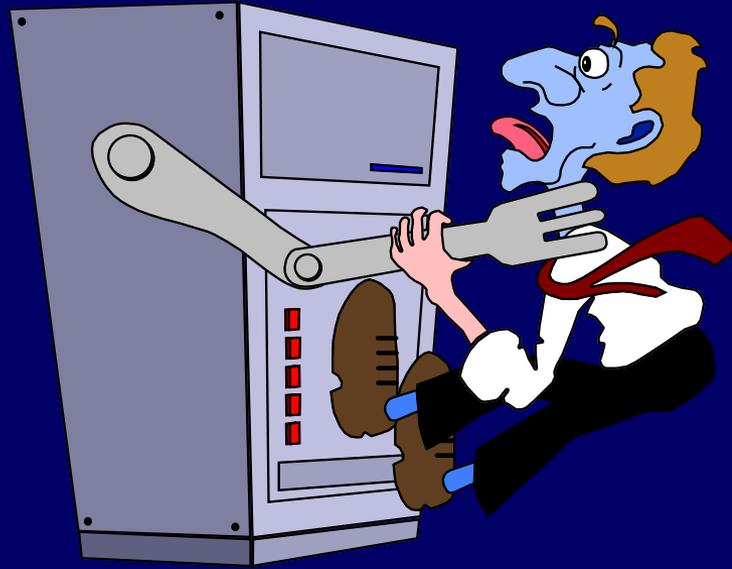


Máquinas de Turing



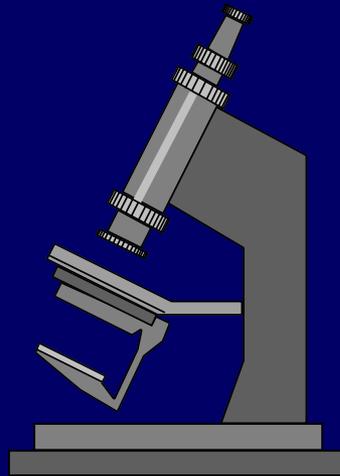
Máquinas de Turing podem fazer tudo o que um computador real faz, com perdas de eficiência. Porém, mesmo uma Máquina de Turing não pode resolver certos problemas. Estes problemas estão além dos limites teóricos da computação.

<http://aturingmachine.com/index.php>



Motivação

Na Teoria da Complexidade analisamos problemas e os classificamos de acordo com sua complexidade.
Até mesmo na Teoria da Computabilidade temos uma classificação para os problemas.



Motivação

Para avaliar a complexidade de tempo, fazemos perguntas como:

Quanto tempo leva para computar um dado problema?



Motivação

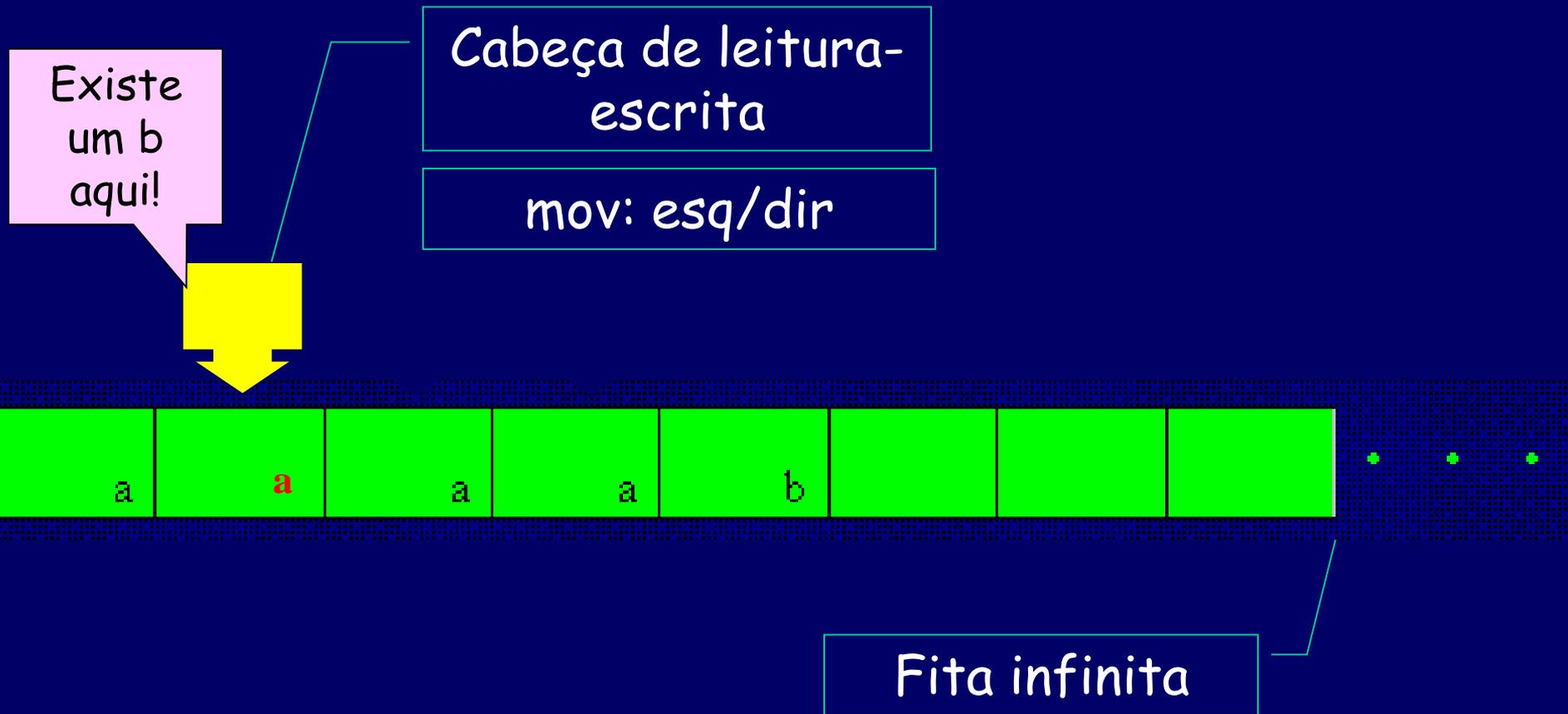
Mas para respondê-la precisamos ter um modelo computacional como referência.



Introdução

- Objetivos:
 - Apresentar o modelo computacional chamado "Máquina de Turing".
- Tópicos:
 - Máquinas de Turing Determinísticas
 - Máquinas de Turing com Múltiplas Fitas
 - Máquinas de Turing Não-determinísticas
 - A Tese/Hipótese de Church-Turing
 - Linguagens decidíveis por Máquinas de Turing (Recursivas)
 - Linguagens Aceitas/Reconhecidas por Máquinas de Turing (Recursivamente Enumeráveis)

Notação Esquemática de uma Máquina de Turing (MT)



- A máquina continua sua computação até decidir produzir uma saída.
 - As saídas aceita e rejeita são obtidas quando ela entra nos estados de aceitação e rejeição, respectivamente.
 - Se ela não entra nestes dois estados roda para sempre, nunca parando.
- Se tenta se mover para a esquerda além do começo na cadeia, a cabeça não obedece.

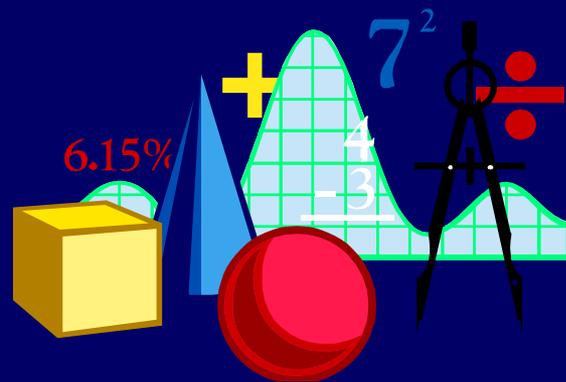
Exemplo

- Como vocês fariam para testar se uma dada cadeia de entrada é membro de uma linguagem?
- Exemplo: $B = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$
Use a cadeia de entrada 011000#011000 para testar.
- Essa linguagem é Livre de Contexto?
- Qual o poder de uma máquina que possui 2 pilhas?



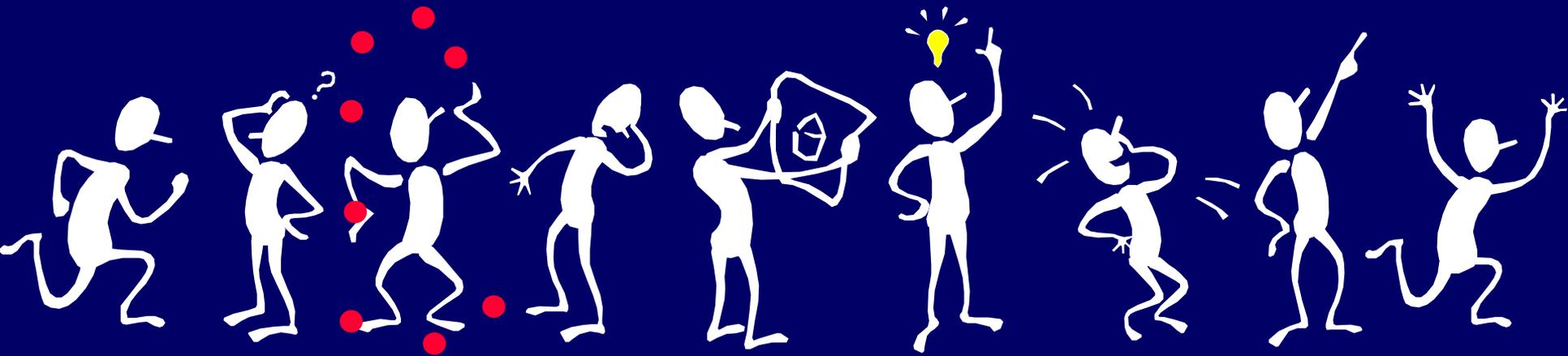
Definição Formal de uma MT

Uma MT determinística é uma sétupla consistindo de vários objetos.



Definição Formal de uma MT

1. Q - um conjunto finito de estados.



Definição Formal de uma MT

2. Σ - o alfabeto de entrada, um conjunto finito não contendo o símbolo branco $_$.



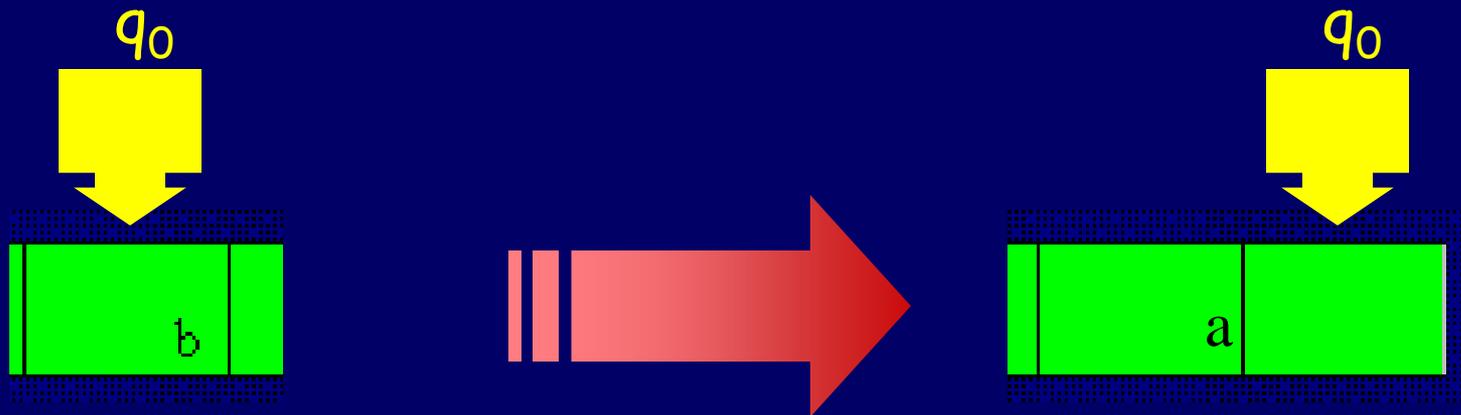
Definição Formal de uma MT

3. Γ - o alfabeto da fita, em que $\Sigma \subseteq \Gamma$ e $_ \in \Gamma$.



Definição Formal de uma MT

4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ - a função de transição.



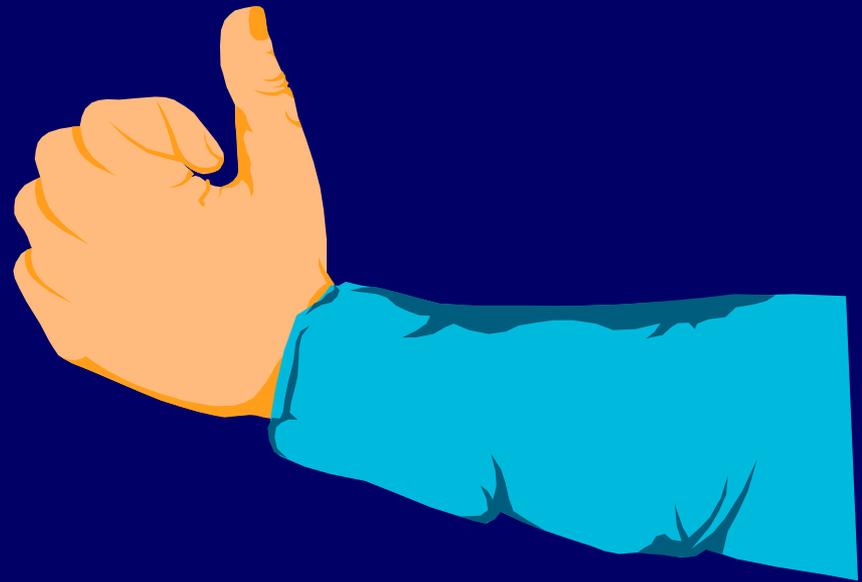
Definição Formal de uma MT

5. q_0 - o estado inicial



Definição Formal de uma MT

6. $q_{\text{accept}} \in Q$ - estado de aceitação



Definição Formal de uma MT

7. $q_{\text{reject}} \in Q$ - estado de rejeição
 $q_{\text{reject}} \neq q_{\text{accept}}$



Definição Formal de uma MT

Sumário

1. Q - conjunto finito de estados.
2. Σ - o alfabeto de entrada.
3. Γ - o alfabeto da fita
4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ - a função de transição.
5. q_0 - o estado inicial.
6. $q_{\text{accept}} \in Q$ - estado de aceitação.
7. $q_{\text{reject}} \in Q$ - estado de rejeição .



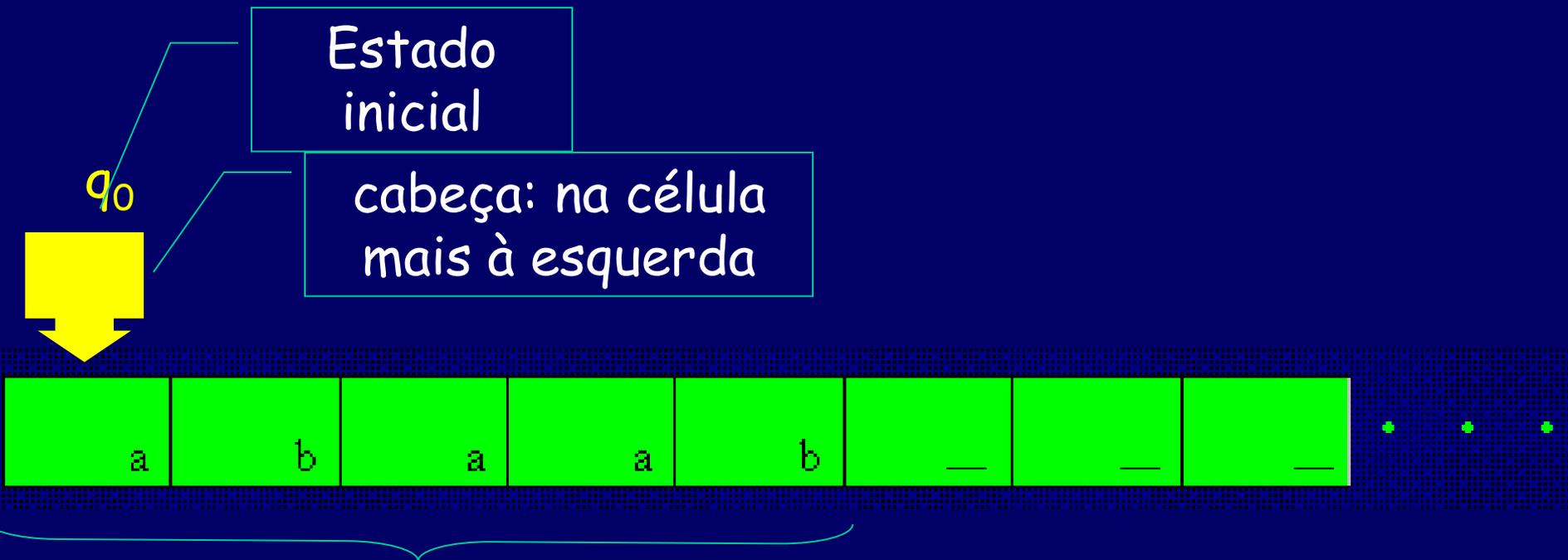
Definição segundo (H,M,U,2001)

1. Q - conjunto finito de estados.
2. Σ - o alfabeto de entrada (não contem branco)
3. Γ - o alfabeto da fita (contem branco)
4. $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ - a função de transição.
5. q_0 - o estado inicial, pertence a Q
6. B , símbolo branco, que está na fita fora da cadeia de entrada.
7. F , conjunto de estados de aceitação.

- F é vazio se a MT é transformadora de uma cadeia de entrada em uma cadeia de saída, isto é, como um modelo para **descrever procedimentos** (ou **computar funções**).
- F é relevante (ou q_{acc} e q_{rej}) quando a MT é usada para **reconhecer uma linguagem**.

Computações

A Configuração Inicial



A entrada: começa a partir da esquerda

Computações

Exemplo

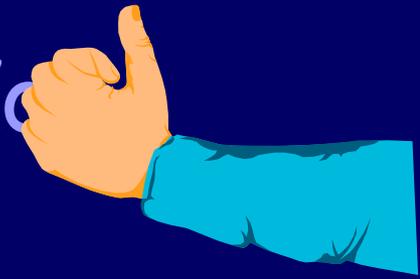
$$\delta(q_0, a) = (q_0, b, R)$$



Nota: a cabeça não pode se mover para à esquerda desta célula!

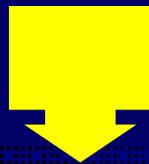
Computações

Configuração de Aceitação



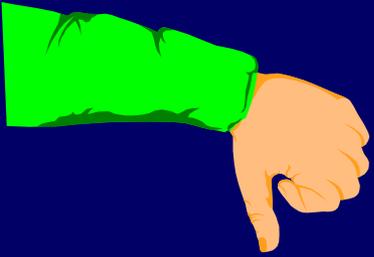
Se a computação entra no estado de aceitação, ela pára.

q_{accept}



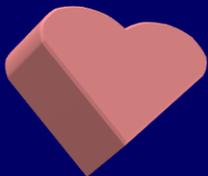
Computações

Configuração de Rejeição



Se a computação entra no estado de rejeição, ela também pára.

q_{reject}

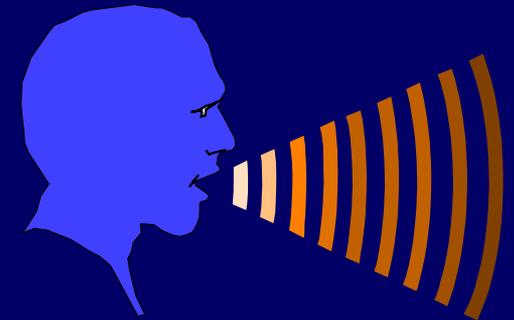
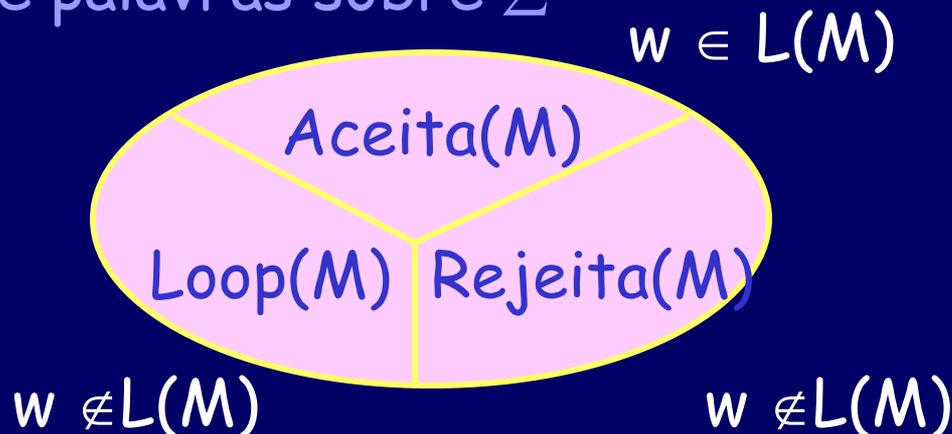


Nota: a máquina pode entrar em loop e não alcançar nenhum dos dois!

A Linguagem que uma MT Aceita

- Uma máquina de Turing aceita sua entrada, se ela alcança uma configuração de aceitação.
- O conjunto de entradas que ela aceita é chamado sua linguagem $L(M)$.

Partições do conjunto de palavras sobre Σ^*



Definição formal de configuração

- Configuração é um terno (q, α, i) em que:
- q é um estado,
- α é uma cadeia de símbolos, isto é, a cadeia que no momento está escrita na fita,
- i é um nro natural que dá a distância entre o 1º símbolo de α e o símbolo que a máquina está lendo no momento.
- $L(MT) = \{w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } (q_0, w, 1) \xrightarrow{MT}^* (q, \alpha, i)\}$

Para algum $q \in F, \alpha \in \Gamma^*, i \text{ natural}$

Uma MT para uma Linguagem Simples

$$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$$

Exemplos:

Pertence à L:

aaabbbccc

Não Pertence à L:

aaabbbcccc