

USP/ICMC/SMA - Prova 2 de Cálculo II (SMA0332)

22/10/2014

Nome: \_\_\_\_\_ Nº USP: \_\_\_\_\_

**Instruções**

1. Não se esqueça de colocar o nome e o número USP na prova.
2. A prova consta de 8 questões de múltipla escolha valendo 0,5 ponto cada uma e 3 questões dissertativas valendo 2,0 pontos cada uma. Para cada uma destas questões de múltipla escolha, marque uma **ÚNICA** alternativa como resposta, **SEM RASURA**.
3. Transcreva as respostas **das questões de múltipla escolha** para a grade abaixo.
4. Você só poderá sair da sala de aula após entregar a sua prova.
5. O uso de quaisquer equipamentos eletrônicos é proibido. Em particular, desligue e guarde o seu telefone celular. Portar em mãos ou utilizar quaisquer equipamentos eletrônicos durante a aula **resultará em reprovação automática no curso**.
6. Esta prova é **individual**. Tentativas de consultar colegas, fornecer informações a colegas, consultar material bibliográfico, anotações pessoais, etc. **resultará na anulação da sua prova**.
7. Não se esqueça de assinar o compromisso de honra abaixo.

---

**Compromisso de honra**

Eu, abaixo assinado, empenho a minha honra em realizar esta avaliação de acordo com as instruções recebidas, de modo estritamente individual, sem consultar ou fornecer informações aos meus colegas, respeitando assim o propósito da avaliação, os meus colegas e professores bem como o Código de Ética da Universidade de São Paulo.

Assinatura:

---

**BOA PROVA!**

Questão	Resposta	Valor	Questão	Resposta	Valor
1. <sup>a</sup>	(a) (b) (c) (d) (e)		7. <sup>a</sup>	(a) (b) (c) (d) (e)	
2. <sup>a</sup>	(a) (b) (c) (d) (e)		8. <sup>a</sup>	(a) (b) (c) (d) (e)	
3. <sup>a</sup>	(a) (b) (c) (d) (e)		9. <sup>a</sup>		
4. <sup>a</sup>	(a) (b) (c) (d) (e)		10. <sup>a</sup>		
5.a	(a) (b) (c) (d) (e)		11. <sup>a</sup>		
6. <sup>a</sup>	(a) (b) (c) (d) (e)				

Nota: \_\_\_\_\_

### Questões de múltipla escolha

**Questão 1** Assinale a alternativa correta sobre os pontos críticos de  $f(x, y) = \frac{1}{y} - \frac{64}{x} + xy$ :

- (a)  $(16, -1/4)$  é ponto de máximo local e  $(0, 0)$  é mínimo local.
- (b)  $(16, -1/4)$  é ponto de mínimo local.
- (c)  $(16, -1/4)$  é ponto de máximo local.
- (d)  $(16, -1/4)$  é ponto de máximo local e  $(-1, 8)$  é ponto crítico.
- (e)  $(16, -1/4)$  é ponto de sela.

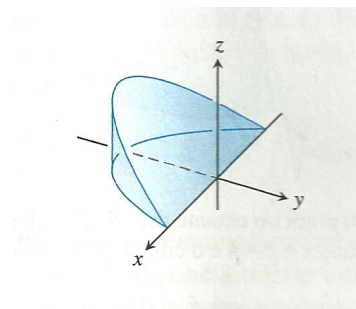
**Questão 2** O valor da integral  $\iint_D x^2 e^{xy} dx dy$  na região triangular limitada pelas retas  $y = x$ ,  $y = 1$  e  $x = 0$  é

- (a)  $e$
- (b)  $1 - e$
- (c)  $e - 1$
- (d)  $\frac{e - 2}{2}$
- (e) Nenhuma das anteriores.

**Questão 3** O valor da integral  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{4-x^2-y^2} dy dx$  é:

- (a)  $\frac{4\pi}{3}$ .
- (b)  $\frac{\pi}{2}$ .
- (c) 0.
- (d)  $\frac{9\pi}{2}$ .
- (e) Nenhuma das anteriores.

**Questão 4** Qual é o volume da cunha cortada do cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  pelos planos  $z = -y$  e  $z = 0$ ?



- (a)  $5/6$
- (b)  $1/3$
- (c)  $4/3$
- (d)  $2/3$
- (e) Nenhuma das anteriores

**Questão 5** É correto dizer que se  $\Omega$  é o sólido delimitado por  $x = 1$ ,  $x = -1$ ,  $y = 0$ ,  $z = y$ ,  $z = 2 - y$  então  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV$  é escrita como:

(a)  $2 \int_0^1 \int_0^1 \int_{2-y}^y f(x, y, z) dz dy dx.$

(b)  $\int_{-1}^1 \int_0^1 \int_{2-y}^y f(x, y, z) dz dy dx.$

(c)  $\int_0^1 \int_y^{2-y} \int_{-1}^1 f(x, y, z) dx dz dy.$

(d)  $\int_{-1}^1 \int_0^2 \int_z^{2-z} f(x, y, z) dy dz dx.$

(e) Nenhuma das anteriores.

**Questão 6** Seja  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua e  $R$  a região triangular com vértices  $(0, 0)$ ;  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$ . Diga se o valor da integral dupla  $\iint_R f(x + y) dx dy$  é igual a:

(a)  $\int_0^1 u f(u) du$

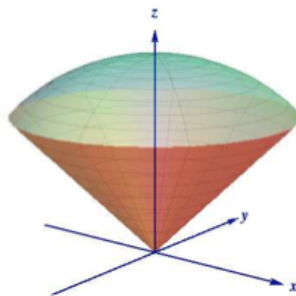
(b)  $\int_0^1 f(u) du$

(c)  $\int_{-1}^1 f(u) du$

(d)  $\int_0^1 u^2 f(u) du$

(e) Nenhuma das anteriores

**Questão 7** Calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  e  $z^2 = x^2 + y^2$  como na figura:



(a)  $2\pi(2 - \sqrt{2})$

(b)  $\frac{8}{3}\pi(2 - \sqrt{2})$

(c)  $\frac{16}{3}\pi(2 - \sqrt{2})$

(d)  $\frac{4}{3}\pi(2 - \sqrt{2})$

(e) Nenhuma das demais alternativas.

**Questão 8** Calcule  $\iiint_B y dx dy dz$ , em que  $B$  é a região abaixo do plano  $z = x + 2$ , acima do plano  $xy$  e entre os cilindros  $x^2 + y^2 = 1$  e  $x^2 + y^2 = 4$ .

- (a) 0
- (b) 1
- (c)  $\pi/2$
- (d)  $4\pi^2$
- (e) Nenhuma das demais alternativas.

### Questões dissertativas

**Questão 9** Encontre o mínimo de  $f(x, y, z) = x + y + z$  na superfície de equação  $xyz = 1$ , onde  $x > 0, y > 0$  e  $z > 0$ .

Use o resultado para mostrar que

$$\sqrt[3]{xyz} \leq \frac{1}{3}(x + y + z), \quad x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

**Questão 10** Calcule  $\iint_B \cos\left(\frac{x-y}{x+y}\right) dx dy$ , onde  $B$  é a região do plano  $xy$  limitada por  $x+y = 1$ ,  $x = 0$  e  $y = 0$ .

**Questão 11** Considere o sólido  $W$  no interior da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  e abaixo do cone  $z = \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2}$ , conforme a figura a seguir. Use coordenadas esféricas para calcular  $I = \iiint_W 2z dV$ .

