Algoritmos e Estruturas de Dados II

Introdução a Grafos

Profa. M. Cristina/

Profa. Rosane (2010)

Material de aula original: Profa.

Josiane M. Bueno

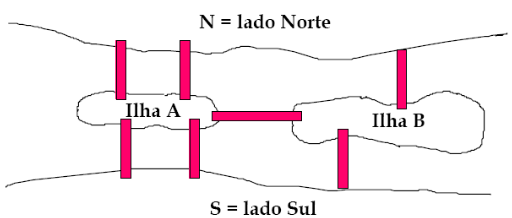
Grafos - Motivação

- Grafos: conceito introduzido por Euler, em 1736
  - Problema da Ponte de Könisberg
- Modelos matemáticos para resolver problemas práticos do dia a dia...
- Muito usados para modelar problemas em computação -> ênfase em aspectos computacionais

2

Um problema famoso

As 7 pontes de Konigsberg



3

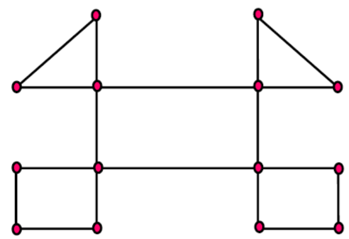
Grafos - Motivação

O problema do carteiro chinês...

- Não é exatamente um problema de Ciência da Computação...
- Mas a Teoria dos Grafos permite que ele seja resolvido automaticamente, usando o computador como ferramenta!
- Você acha que o problema tem solução?
- Se tem, qual seria uma 'rota ideal'?

4

Problema do carteiro chinês



Um problema simples do carteiro chinês

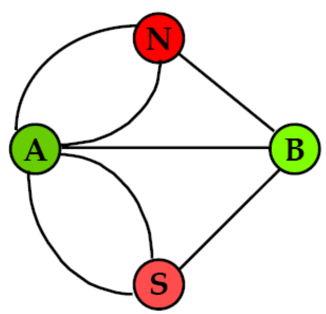
5

Exemplos de estruturas que podem ser representadas como grafos

- Circuitos elétrico
- Redes de distribuição
- Relações de parentesco entre pessoas
- Outras Redes Sociais
- Rede de estradas entre cidades/vôos
- Redes (físicas e lógicas) de computadores
- Páginas da Web

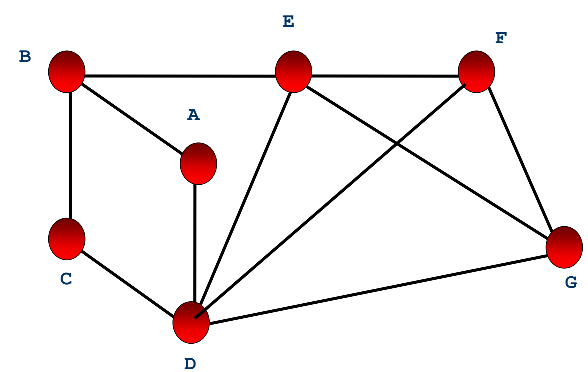
6

Exemplo



7

Exemplo

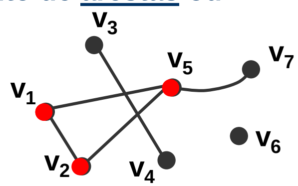


8

Grafos
Definição

- Grafo é modelo matemático que representa relações entre objetos. Um grafo $G = (V,E)$ consiste de um conjunto de vértices V, ligados por um conjunto de arestas ou arcos E.

Representação :



$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$

$E(G) = \{(v_1, v_2); (v_1, v_5); (v_2, v_5); (v_3, v_4); (v_5, v_7)\}$

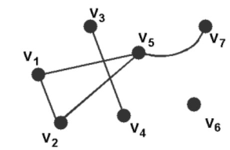
9

Grafos
Definição

- A ordem de um grafo G é dada pela cardinalidade do conjunto de vértices $|V(G)|$, ou seja, pelo número de vértices de G.
- O número de arestas de um grafo é dado por $|E(G)|$. Assim, para o grafo do exemplo anterior:

$|V(G)| = 7$

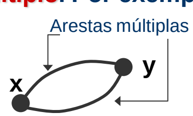
$|E(G)| = 5$



10

Grafos
Multigrafo

- Quando um grafo possui mais de uma aresta interligando os mesmos dois vértices diz-se que este grafo possui arestas múltiplas (ou arestas paralelas). Ele é chamado de multigrafo ou grafo múltiplo. Por exemplo:



$V = \{x, y\}$

$E = \{(x,y); (y,x)\}$

$|V| = 2$ e $|E| = 2$

- Um grafo simples é um grafo que não possui arestas múltiplas.

11

Grafos
Grafo Trivial e Grafo Vazio

- Um grafo é dito trivial se for de ordem 0 ou 1. Por Exemplo:

$V = \{v_1\}$

$E = \varnothing$

$|V| = 1$ e $|E| = 0$

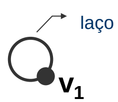
- Um grafo vazio $G=(\varnothing, \varnothing)$ pode ser representado somente por $G = \varnothing$.

12

Grafos
Laço

- Se houver uma aresta *e* do grafo *G* que possui o mesmo vértice como extremos, ou seja, *e*=(x,x), então é dito que este grafo possui um **laço**.

Exemplo:



$V = \{v_1\}$

$E = \{(v_1, v_1)\}$

$|V| = 1$ e $|E| = 1$

13

Grafos
Vértices Adjacentes

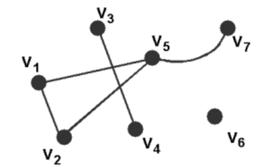
- Diz-se que os vértices x e y são **adjacentes** (ou vizinhos) quando estes forem os extremos de uma mesma aresta *e*=(x,y). Assim:

v_3 é adjacente a v_4

v_4 é adjacente a v_3

v_5 NÃO é adjacente a v_4

v_7 NÃO é adjacente a v_2



14

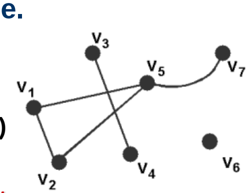
Grafos
Arestas Adjacentes

- Diz-se que duas arestas são **adjacentes** (ou vizinhas) quando estas possuírem um mesmo extremo, ou vértice.

Assim:

(v_1,v_2) é adjacente a (v_2,v_5)

(v_1,v_2) NÃO é adjacente a (v_3,v_4)



- A aresta $e = (v_3,v_4)$ é dita **incidente** a v_3 e a v_4

Ou, duas arestas adjacentes são incidentes a um vértice comum.

15

Grafos
Grafo Completo

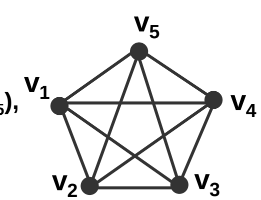
- Um grafo é **completo** se todos os seus vértices forem adjacentes. Um grafo completo K_n possui $n(n-1)/2$ arestas.

Exemplo:

$V = \{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$

$E = \{(v_1, v_2),(v_1, v_3),(v_1, v_4),(v_1, v_5),$
$(v_2, v_3),(v_2, v_4),(v_2, v_5),$
$(v_3, v_4),(v_3, v_5),(v_4, v_5)\}$

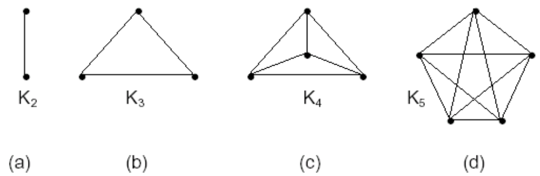
$|V| = 5$ e $|E| = 5(5-1)/2 = 10$



Grafo K_5

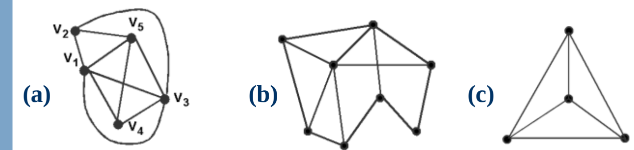
16

Grafos
Grafos Completos



17

Grafos
Exercícios de Fixação



- Qual a ordem e o número de arestas de cada grafo?
- Quais dos grafos acima são completos?
- Quais dos grafos acima são simples?
- No grafo **(a)**, quais vértices são adjacentes a v_3? E quais arestas são adjacentes a (v_3,v_5)?

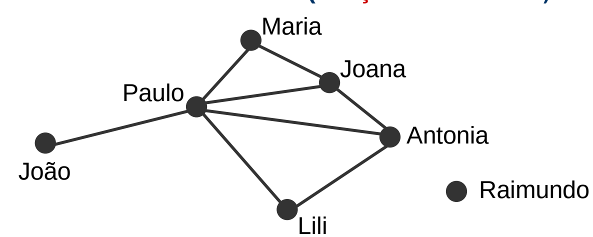
18

Grafos
Aplicações

19

Grafos
Aplicações

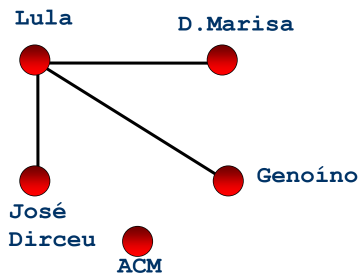
Rede de Relacionamentos (relação "Conhecer"):



20

Grafos
Aplicações

Rede de Relacionamentos (relação “amizade”):

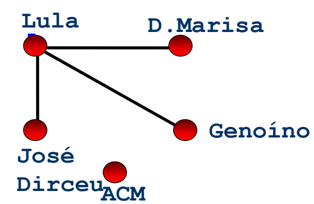


Quem possui mais amigos?
E menos amigos?

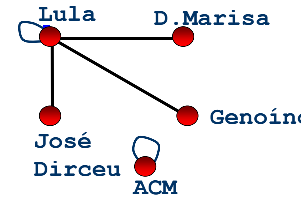
21

Grafos
Aplicações

Grafo sem laço



Grafo com laço



22

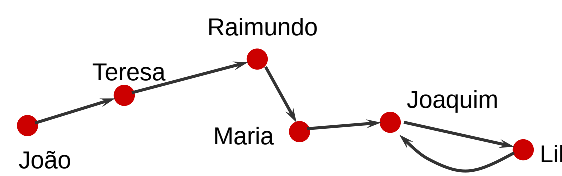
Grafos
Aplicações

- Cada vértice é uma tarefa de um grande projeto. Há uma aresta de x a y se x é pré-requisito de y, ou seja, se x deve estar pronta antes que y possa começar.
- Cada vértice é uma página na teia WWW. Cada aresta é um link que leva de uma página a outra (Há cerca de 2 milhões de vértices e 5 milhões de arcos).
- Outros: Redes de computadores, rotas de vôos, redes de telefonia etc

23

Grafos
Aplicações

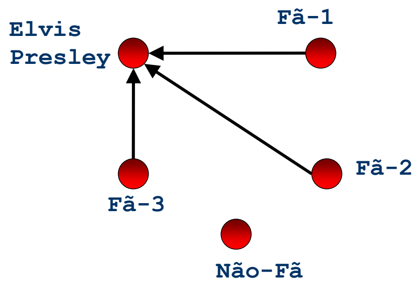
“João amava Teresa que amava Raimundo que amava Maria que amava Joaquim que amava Lili que não amava ninguém...” (Carlos Drummond de Andrade)



24

Grafos
Aplicações

- O Grafo ´sou fã de...´

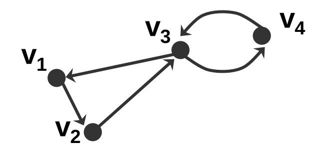


25

Grafos
Orientados

- Um grafo **orientado** (ou **dígrafo**) $D = (V,E)$ consiste de um conjunto V (vértices) e de um conjunto de E (arestas) de <u>pares ordenados</u> de vértices distintos.

Representação :



$V(G) = \{v_1,v_2,v_3,v_4\}$

$E(G) = \{(v_1, v_2);\ (v_3,v_1);\ (v_2,v_3);\ (v_3,v_4);\ (v_4,v_3)\}$

26

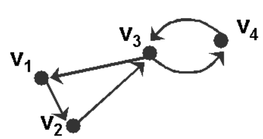
Grafos
Orientados

- Em um grafo <u>orientado</u>, cada aresta

$e = (x, y)$ possui uma <u>única direção</u> de x para y. Diz-se que (x, y) é **divergente** de x e **convergente** a y. Assim:

(v_3,v_1) é divergente de v_3

(v_3,v_1) é convergente a v_1



27

Grafos
Grau

- O **Grau** $d(v)$ de um vértice v corresponde ao <u>número de vértices adjacentes</u> a v (ou ao número de arestas incidentes a v).

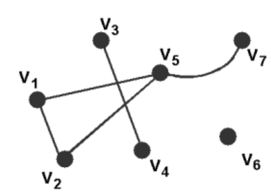
Exemplo:

$d(v_6) = 0$

$d(v_3) = d(v_4) = d(v_7) = 1$

$d(v_1) = d(v_2) = 2$

$d(v_5) = 3$



28

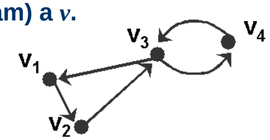
Grafos
Grau

- Em um grafo orientado:
  - O **Grau de Saída $d_{out}(v)$** de um vértice v corresponde ao número de arestas <u>divergentes</u> (que saem) de v.
  - O **Grau de Entrada $d_{in}(v)$** de um vértice v corresponde ao número de arestas <u>convergentes</u> (que chegam) a v.

$d_{in}(v_3) = 2$ e $d_{out}(v_3) = 2$

$d_{in}(v_1) = d_{in}(v_2) = d_{in}(v_4) = 1$

$d_{out}(v_1) = d_{out}(v_2) = d_{out}(v_4) = 1$



29

Grafos
Grau

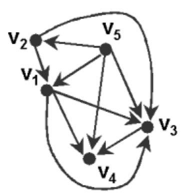
- Um vértice com grau de <u>saída</u> nulo, ou seja, $d_{out}(v) = 0$, é chamado de **sumidouro** (ou **sorvedouro**).
- Um vértice com grau de <u>entrada</u> nulo, ou seja, $d_{in}(v) = 0$, é chamado de **fonte**.
- Diz-se que um grafo é **regular** se todos os seus vértices tiverem o mesmo grau.

30

Grafos
Exercício de Fixação

(a)

(b)



- O grafo (a) é regular? Por quê?
- Existe alguma fonte ou sumidouro no grafo (b)?

31

Grafos Valorados

- Um grafo valorado G(V,A)

  consiste de um conjunto finito não vazio de vértices V, ligados por um conjunto de arestas ou arcos com pesos A.

- O conjunto A consiste de triplas distintas da forma (v,w,valor), em que v e w são vértices pertencentes a V e valor é um número real.

32

Grafos Valorados

Quão minha amiga é uma certa pessoa ?

Grafos podem ter arestas com pesos representando a 'força' da relação entre os vértices:

Ex.

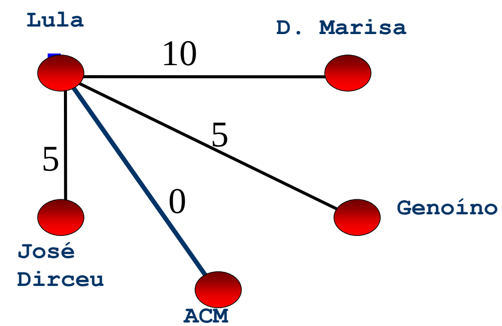
0: inimiga

5: colega

10: amiga

33

Grafos Valorados – Exemplo



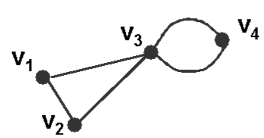
34

Grafos
Caminho

- Um **caminho** entre dois vértices, x e y, é uma seqüência de vértices e arestas que une x e y.
- Um caminho de **k**-vértices é formado por **k-1 arestas** (v_1,v_2), (v_2,v_3) ... (v_{k-1}, v_k), e o valor de k-1 é o **comprimento** do caminho.

P = v_3,v_1,v_2 = P^2

P= v_3,v_4,v_3,v_1 = P^3



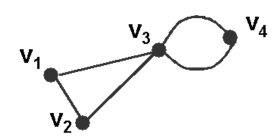
35

Grafos
Caminho Simples

- Um caminho é **simples** se todos os vértices que o compõem forem distintos.

O caminho P= v_3,v_1,v_2 é simples

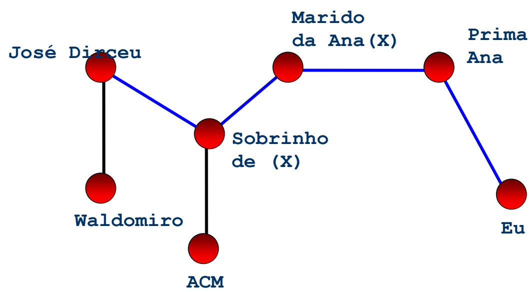
O caminho P= v_3,v_4, v_3,v_1
NÃO é simples



36

Caminho

O Grafo da Amizade…



37

Menor caminho

O Grafo da Amizade

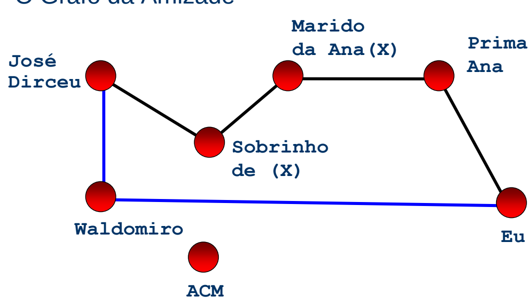
Qual o menor caminho para me ligar a um político?

A multiplicidade de possíveis caminhos num grafo pode gerar a necessidade de buscar o menor caminho a um determinado vértice

38

Exemplo de menor caminho

O Grafo da Amizade



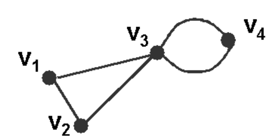
39

Grafos
Circuito e Ciclo

- Um **circuito** é um caminho P = $v_1, v_2, \ldots, v_k, v_{k+1}$, onde $v_1 = v_{k+1}$. Um **ciclo** é um circuito onde todos os vértices são distintos (exceto pelo primeiro e pelo último).
- Um grafo é **cíclico** se apresentar ao menos um ciclo.

v_3, v_1, v_2, v_3 é um ciclo

Portanto, este grafo é cíclico



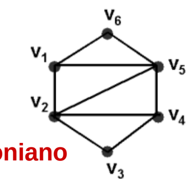
40

Grafos
Caminho Hamiltoniano

- **Caminho Hamiltoniano** é aquele que contém cada <u>vértice</u> do grafo exatamente uma vez.
- Um <u>ciclo</u> $v_1,v_2, ..., v_k, v_{k+1}$ é <u>hamiltoniano</u> quando o caminho $v_1,v_2, ..., v_k$ for um caminho hamiltoniano.

v_1,v_6,v_5,v_2,v_3,v_4 é hamiltoniano

$v_6,v_5,v_4,v_3,v_2,v_1,v_6$ é um ciclo hamiltoniano

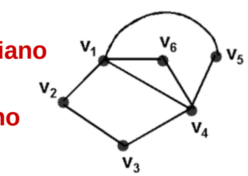


Grafos
Caminho Euleriano

- **Caminho Euleriano** é aquele que contém cada <u>aresta</u> do grafo exatamente uma vez.
- Um grafo é **Euleriano** se há um <u>circuito</u> em G que contenha todas as suas arestas.

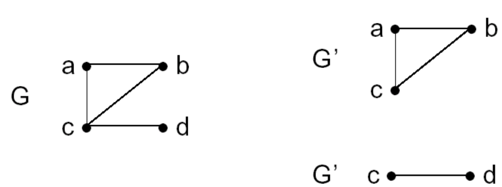
$v_1,v_6,v_4,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_1$ é euleriano

Portanto, este grafo é euleriano



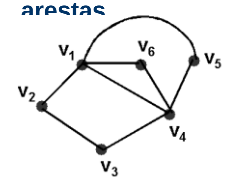
Grafos
Subgrafo

- Um subgrafo $G' = (V', E')$ de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo tal que $V' \subseteq V$ e $E' \subseteq E$.

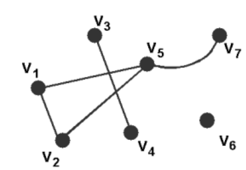


Grafos
Grafo Conexo

- Um grafo $G = (V,E)$ é **conexo** quando existe um caminho entre cada par de vértices de G, caso contrário, G é **desconexo**. Para um grafo orientado, a decisão é feita SEM considerar a orientação da arestas.



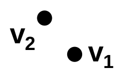
Conexo



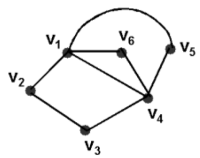
Desconexo

Grafos
Grafo Conexo

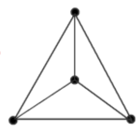
- Um grafo é **totalmente desconexo** quando não possui arestas.



- Todo grafo euleriano é **conexo** e todos os seus vértices possuem **grau par**.



É euleriano

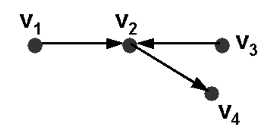


Não é euleriano

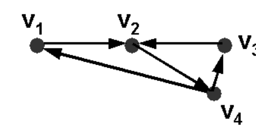
45

Grafos
Dígrafo Fortemente Conexo

- Um grafo orientado $D = (V,E)$ é dito ser **fortemente conexo** quando existe um caminho entre cada par de vértices (x,y) e também entre (y,x).



Conexo

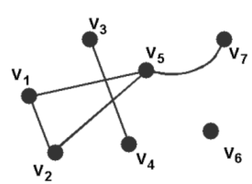


Fortemente Conexo

46

Grafos
Componente Conexa

- Uma **componente conexa** corresponde a um **subgrafo** conexo maximal.

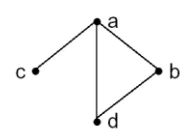


Contém 3 componentes conexas

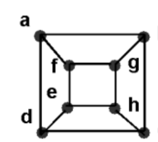
47

Grafos
Exercícios de Fixação

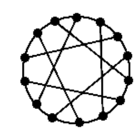
(a)



(b)



(c)



- Qual dos grafos acima são cíclicos?
- Indique os grafos que são conexos.
- Qual(is) dos grafos acima são Eulerianos? Quais são Hamiltonianos?

48

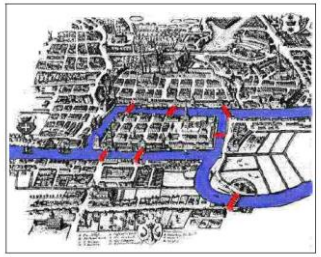
Grafos
Exercício de Fixação

No século XVIII, na Prússia, havia uma controvérsia entre os moradores de Königsberg que chegou aos ouvidos do matemático Leonhard Euler.

Euler descreveu a controvérsia da seguinte forma:

"... Na cidade de Königsberg, na Prússia, há uma ilha chamada Kneiphhof, com os dois braços do rio Pregel fluindo em volta dela. Há 7 pontes – a, b, c, d, e, f e g – cruzando estes dois braços.

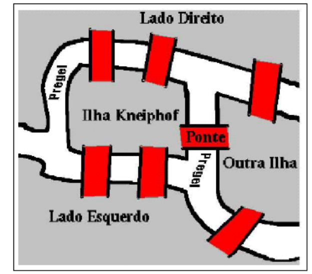
...A questão é se uma pessoa pode planejar uma caminhada de modo que ela cruze cada uma destas pontes uma única vez, e não mais que isso. . . "

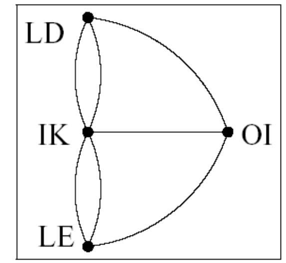


Como representar este problema?

49

Grafos
Exercício de Fixação

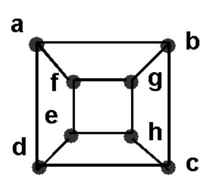




Por que não foi possível fazer tal trajeto?

50

- Todos são cíclicos
- Todos são conexos
- Nenhum é Euleriano
- b) e c) Hamiltoniano.
- No grafo b)
  (a,b,c,h,g, f,e,d,a)

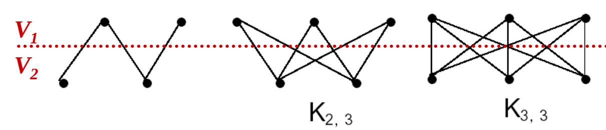


51

Grafos
Grafo Bipartido

- Um grafo $G = (V,E)$ é **bipartido** quando o seu conjunto de vértices V puder ser <u>dividido</u> em dois subconjuntos V_1, V_2 tais que toda aresta do conjunto E une um vértice de V_1 a outro vértice de V_2. Matematicamente:

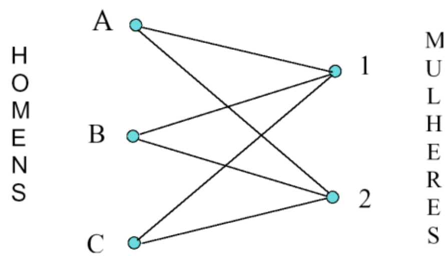
$V = V_1 \cup V_2$; $V_1 \cap V_2 = \varnothing$ e $\forall e = (u,v) \in E \Rightarrow u \in V_1$ e $v \in V_2$



52

Grafos
Grafo Bipartido

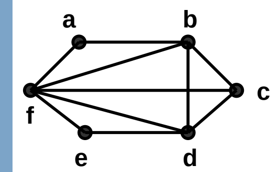
Namoro



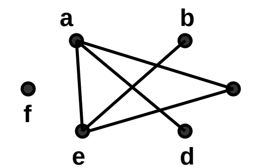
53

Grafos
Complemento

- Denomina-se **complemento** de um grafo $G = (V, E)$ a um grafo $G' = (V', E')$ tal que $V' = V$ e E' é <u>complementar</u> a E.



G



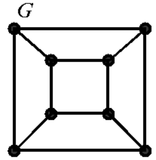
Complemento de *G*

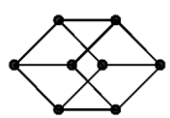
54

Grafos
Isomorfismo

- Dois grafos $G = (V, E)$ e $G' = (V', E')$ são **isomorfos entre si** se existe correspondência entre os seus vértices e arestas de forma a preservar a relação de incidência, ou seja, $|V| = |V'|$, $|E| = |E'|$ e existe uma função unívoca $f : V \rightarrow V'$, tal que $e=(x,y) \in E$ se e somente se $e'=(f(x),f(y)) \in E'$.

G





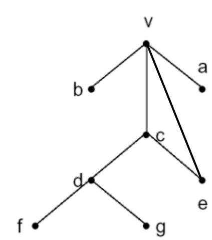
É isomorfo a *G*

NÃO É isomorfo a *G*

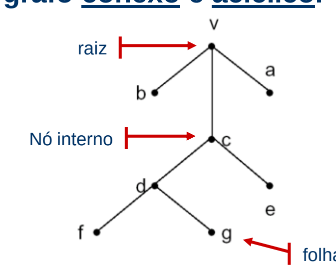
55

Grafos
Árvore

- Uma **árvore** é um grafo <u>conexo</u> e <u>acíclico</u>.



Não é uma árvore

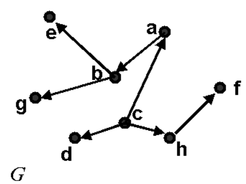


É uma árvore

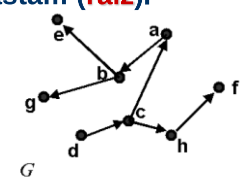
56

Grafos
Árvore Enraizada

- Uma **árvore enraizada** é uma <u>árvore orientada</u> em que há um vértice do qual todas as arestas se afastam (**raiz**).



É árvore enraizada
(raiz c)

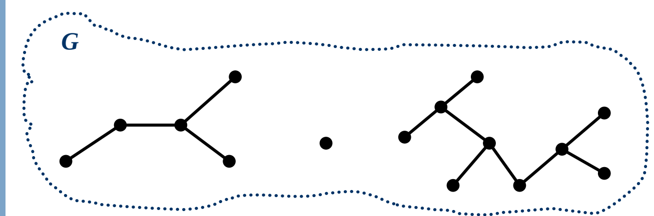


É árvore enraizada
(raiz d)

57

Grafos
Floresta

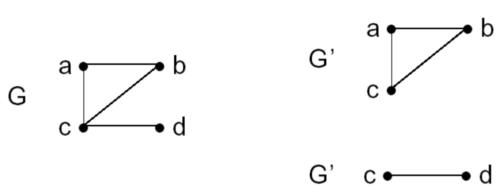
- Uma **Floresta** é um <u>conjunto</u> <u>de</u> <u>árvores</u>.



58

Grafos
Subgrafo

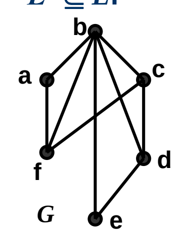
- Um **subgrafo** $G' = (V', E')$ de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo tal que $V' \subseteq V$ e $E' \subseteq E$.

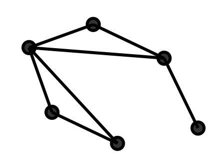


59

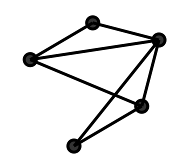
Grafos
Subgrafo Gerador

- Um **subgrafo gerador** $G' = (V', E')$ de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo tal que $V' = V$ e $E' \subseteq E$.





É subgrafo gerador de G

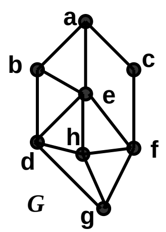


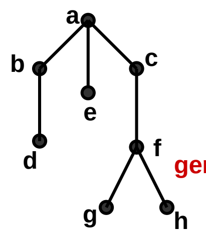
NÃO é subgrafo gerador de G

60

Grafos
Árvore Geradora

- Uma **árvore geradora** $G' = (V', E')$ de um grafo é um subgrafo gerador que é uma árvore.

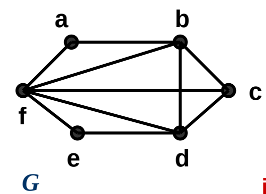


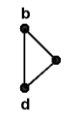


É árvore geradora de G

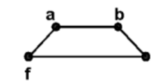
Grafos
Subgrafo Induzido

- Um **subgrafo induzido** $G' = (V', E')$ de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo tal que $V' \subseteq V$ e E' contém todas as arestas em E que tem as duas extremidades em V'.





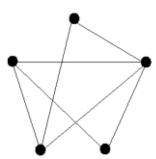
É subgrafo induzido de G



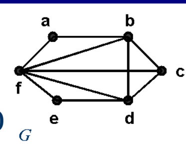
NÃO é subgrafo induzido de G

Grafos
Exercícios de Fixação

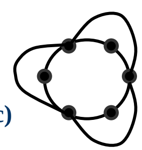
(a)



(b)



(c)



- Quais os complementos dos grafos (a) e (c)?
- Os grafos (b) e (c) são isomorfos?
- Represente graficamente um grafo $K_{4,3}$.

Grafos
Estruturas de Dados

- A escolha da estrutura de dados certa para a representação de grafos tem um enorme impacto no desempenho de um algoritmo.
- Há duas representações básicas:
  - Matriz de Adjacências
  - Listas Lineares de Adjacências

Grafos
Matriz de Adjacências

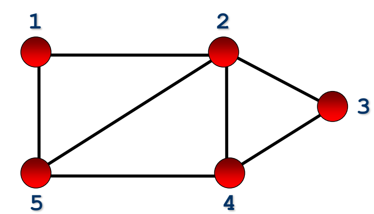
- Dado um grafo $G = (V, E)$, a **matriz de adjacências** M é uma matriz de ordem n x n, tal que:

> n = número de vértices
> M[i,j] = 1, se existir aresta de i a j
> M[i,j] = 0, se NÃO existir aresta de i a j

65

Grafos
Matriz de Adjacências

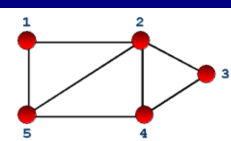
- Qual a matriz de adjacências do grafo a seguir?



66

Grafos
Matriz de Adjacências

- Resposta:



vértices

$$
M = \begin{array}{c c}
\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} & \\
\left[\begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}\right] & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}
\end{array}
$$

67

Grafos
Matriz de Adjacências

- Forma mais simples de representação.
- Propriedades:
  - representa um grafo sem ambigüidade
  - é simétrica para um grafo não direcionado
  - Armazenamento: $O(n^2)$
  - Teste se aresta (i,j) está no grafo: O(1)
- Uma matriz de adjacências caracteriza univocamente um grafo. Mas, um mesmo grafo pode corresponder a várias matrizes diferentes.

68

Grafos

Estrutura de Adjacências

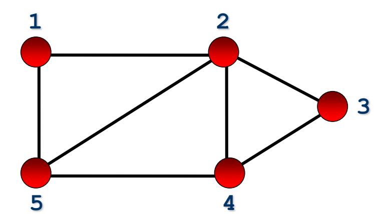
- Dado um grafo $G = (V, E)$, a **estrutura de adjacências** A é um conjunto de n listas $A(v)$, uma para cada vértice v pertencente a V. Cada lista $A(v)$ é denominada **lista de adjacências** do vértice v e contém os vértices w adjacentes a v em G.
- Ou seja, a **estrutura de adjacências** é um vetor de n-elementos que são capazes de apontar, cada um, para uma lista linear. O i-ésimo elemento do vetor aponta para a lista linear das arestas que incidem no vértice i.

69

Grafos

Matriz de Adjacências

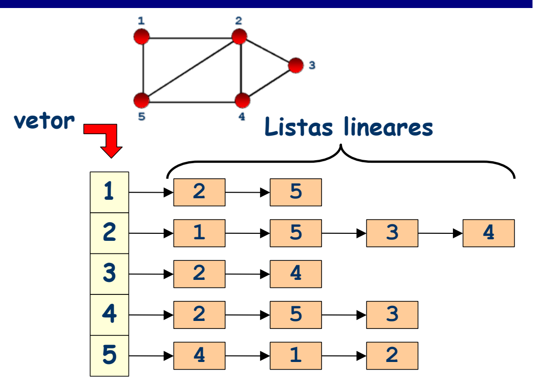
- Qual a estrutura de adjacências do grafo a seguir?



70

Grafos

Estrutura de Adjacências

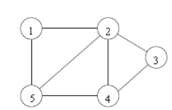


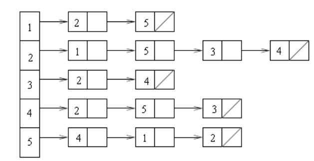
71

Grafos

Estruturas de Dados – exemplo fazer

▷ Grafo não orientado:





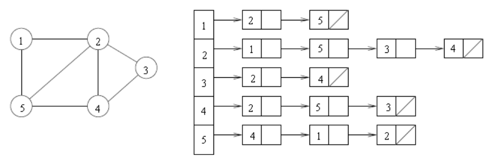
	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

Fonte: Material Cid S. Souza IC UNICAMP

72

Grafos
Estruturas de Dados – exemplo

▷ Grafo não orientado: representação sem uso de ponteiros.



	1	2	3	4	5	6
Indice_Adj	1	3	7	9	12	15

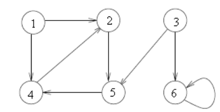
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Adj	2	3	1	3	4	5	2	4	4	2	3	5	2	4

Fonte: Material Cid S. Souza IC UNICAMP

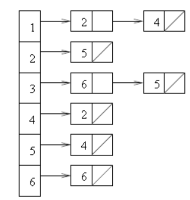
73

Grafos
Estruturas de Dados –exemplo2 fazer

▷ Grafo orientado:



	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1



Fonte: Material Cid S. Souza IC UNICAMP

74

TAD Grafo

Operadores do TAD Grafo

1. Criar um grafo vazio.
2. Inserir uma aresta no grafo.
3. Verificar se existe determinada aresta no grafo.
4. Obter a lista de vértices adjacentes a determinado vértice.
5. Retirar uma aresta do grafo.
6. Imprimir um grafo.
7. Obter o número de vértices do grafo.
8. Obter o transposto de um grafo direcionado.
9. Obter a aresta de menor peso de um grafo.

Fonte: slides livro N. Ziviani

75

Grafos
Estrutura de Adjacências

- Representação mais elaborada.
- Armazenamento: O(m + n)
- Teste se aresta (i,j) está no grafo: $O(d_i)$, com d_i sendo o grau do vértice i.

76

Grafos
Comparação

Comparação	Vencedor
Rapidez para saber se(x,y) está no grafo	Matriz de adjacência
Rapidez para determinar o grau de um vértice	Lista de adjacência
Menor memória em grafos pequenos	Lista: (m + n) Matriz: n^2

77

Grafos
Comparação

Comparação	Vencedor
Menor memória em grafos grandes	Matriz de adjacência
Inserção/Remoção de arestas	Matriz: O(1) Lista: O(d)
Melhor na maioria dos problemas	Lista de adjacência
Rapidez para percorrer o grafo	Lista: $O(m + n)$ Matriz: $O(n^2)$

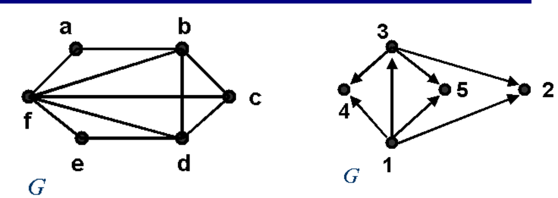
78

Grafos
Comparação

Comparação	Vencedor
Menor memória em grafos grandes	Matriz de adjacência
Inserção/Remoção de arestas	Matriz: O(1) Lista: O(d)
Melhor na maioria dos problemas	Lista de adjacência
Rapidez para percorrer o grafo	Lista: $O(m + n)$ Matriz: $O(n^2)$

79

Grafos
Exercício de Fixação



- Represente os grafos acima utilizando matriz de adjacências e estrutura de adjacências.

80

Recursos

http://www.lcad.icmc.usp.br/~jbatista/scc203/

http://www.dcc.ufmg.br/algoritmos-java/transparencias.php

Algoritmos e Estruturas de Dados II

Introdução a Grafos

Baseado no Material de aula da Profa. Josiane M. Bueno

FIM