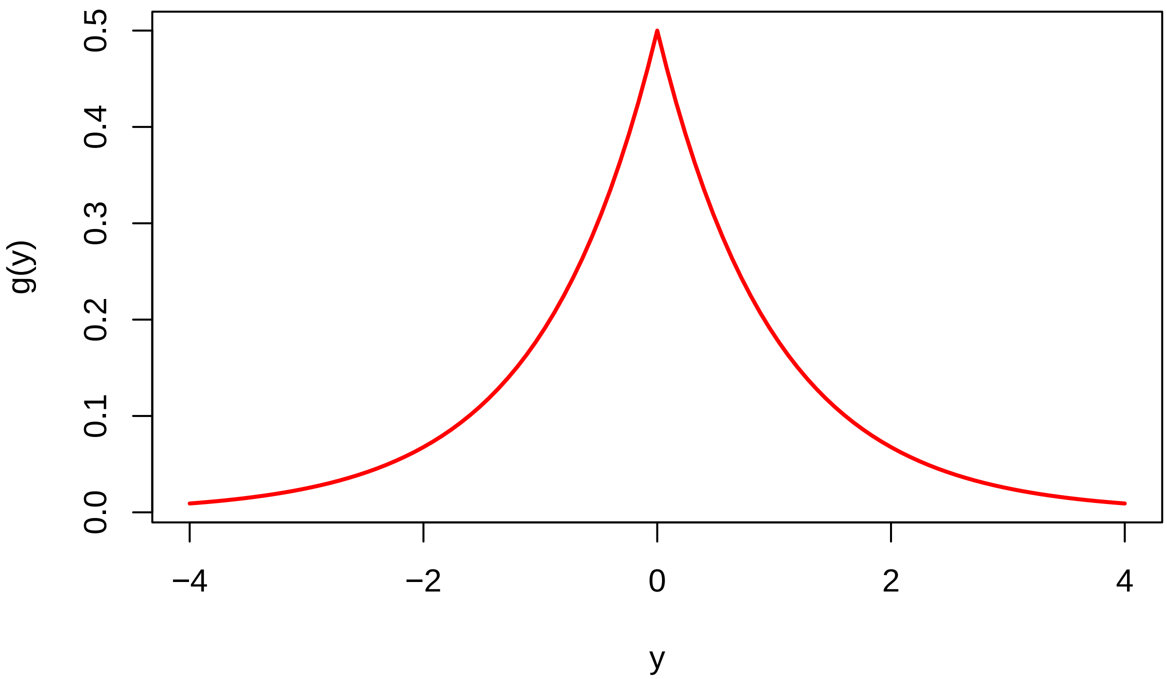
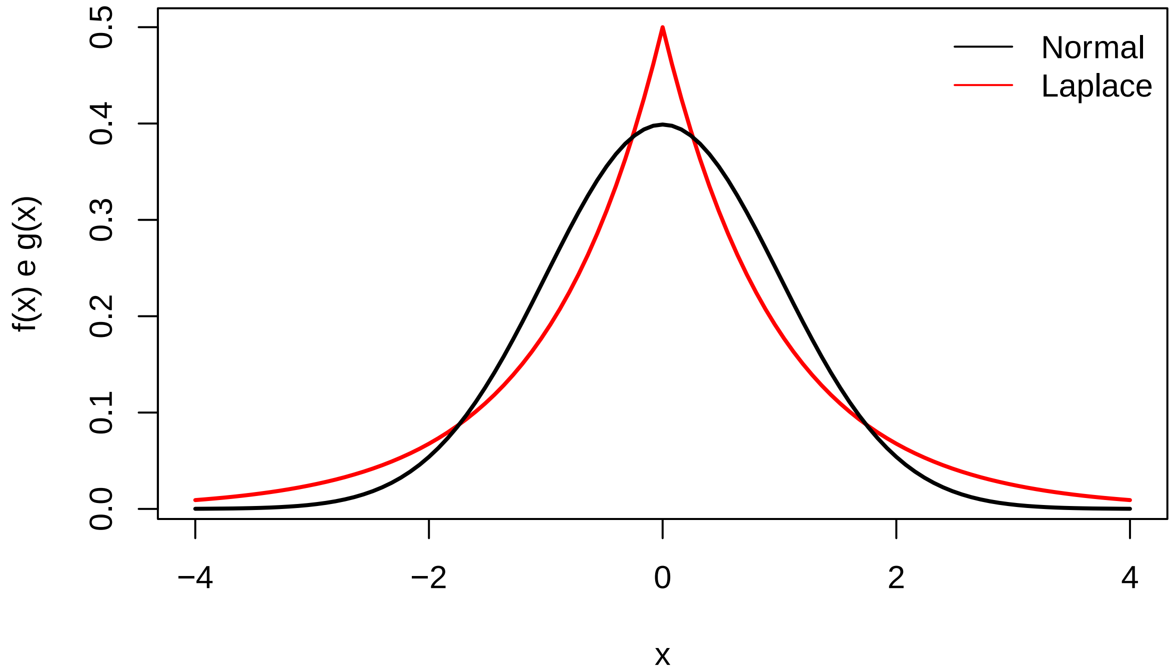
Amostra pseudoaleatória da distribuição $N(0, 1)$

O método de aceitação-rejeição será aplicado na geração de uma amostra pseudoaleatória da distribuição normal padrão, $N(0, 1)$. A variável auxiliar Y tem distribuição Laplace padrão, cuja função densidade é mostrada abaixo. A linguagem R é utilizada.

```r
# Função densidade da dist. Laplace padrão
dlap <- function(x) {
  return(0.5 * exp(-abs(x)))
}
curve(dlap, -4, 4, xlab = "y", ylab = "g(y)", col = "red", lwd = 2)
```




```r
# Funções densidade
dlap <- function(x) {
  return(0.5 * exp(-abs(x)))
}
curve(dlap, -4, 4, xlab = "x", ylab = "f(x) e g(x)", col = "red", lwd = 2)
curve(dnorm, add = TRUE, col = "black", lwd = 2)
legend("topright", c("Normal", "Laplace"), col = c("black", "red"),
       lty = 1, bty = "n")
```



Em seguida é apresentada a função $f(x)/g(x)$ e o cálculo de seu valor máximo M.

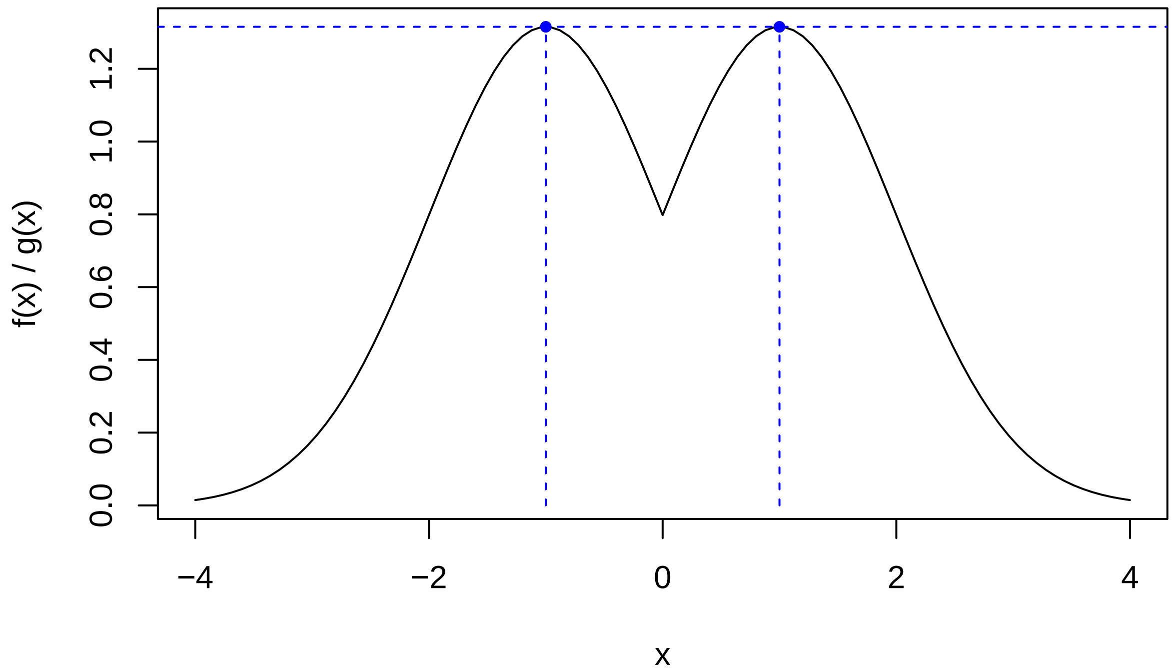
```
# Função f(x) / g(x)
fgx <- function(x) {
   return(dnorm(x, 0, 1) / dlap(x))
}
```

Nota 1. Prove que $M = (2e/\pi)^{1/2}$, para $x \in \{-1, 1\}$.

```
M <- fgx(-1)
cat("\n M =", M)
```

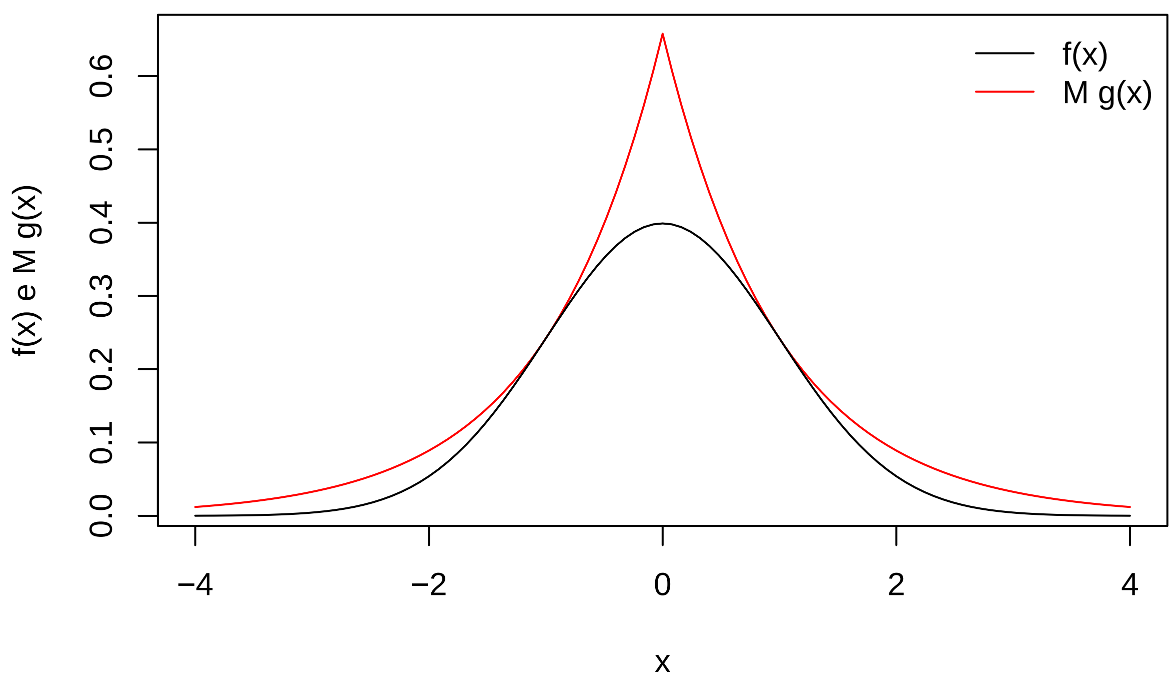
```
##
##  M = 1.315489
```

```
# Gráfico de f(x) / g(x)
curve(fgx, -4, 4, ylab = "f(x) / g(x)")
points(c(-1, 1), c(M, M), pch = 20, col = "blue")
abline(h = M, lty = 2, col = "blue")
segments(c(-1, 1), c(0, 0), c(-1, 1), c(M, M), lty = 2, col = "blue")
```

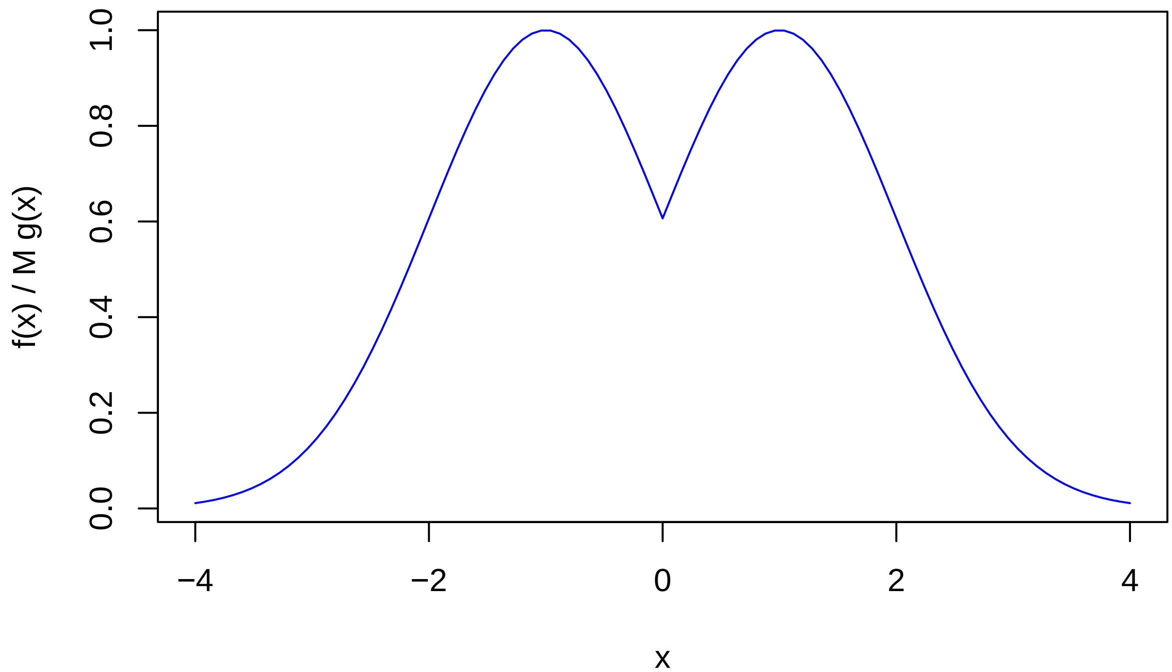


O gráfico abaixo mostra a função densidade $f(x)$ da variável aleatória X e também $Mg(x)$. Dizemos que $Mg(x)$ é um cobertor (*blanket*) para $f(x)$ ou $Mg(x)$ domina $f(x)$.

```
# M g(x)
dlapM <- function(x, M = M) {
   return(M * dlap(x))
}
curve(dlapM(x, M), -4, 4, col = "red", ylab = "f(x) e M g(x)")
curve(dnorm(x, 0, 1), add = TRUE)
legend("topright", c("f(x)", "M g(x)"), col = c("black", "red"),
       lty = 1, bty = "n")
```



```r
# f(x) / {M g(x)}
# Função f(x) / {M g(x)}
fgxM <- function(x, M = M) {
   return(fgx(x) / M)
}
curve(fgxM(x, M), -4, 4, col = "blue", ylab = "f(x) / M g(x)")
```

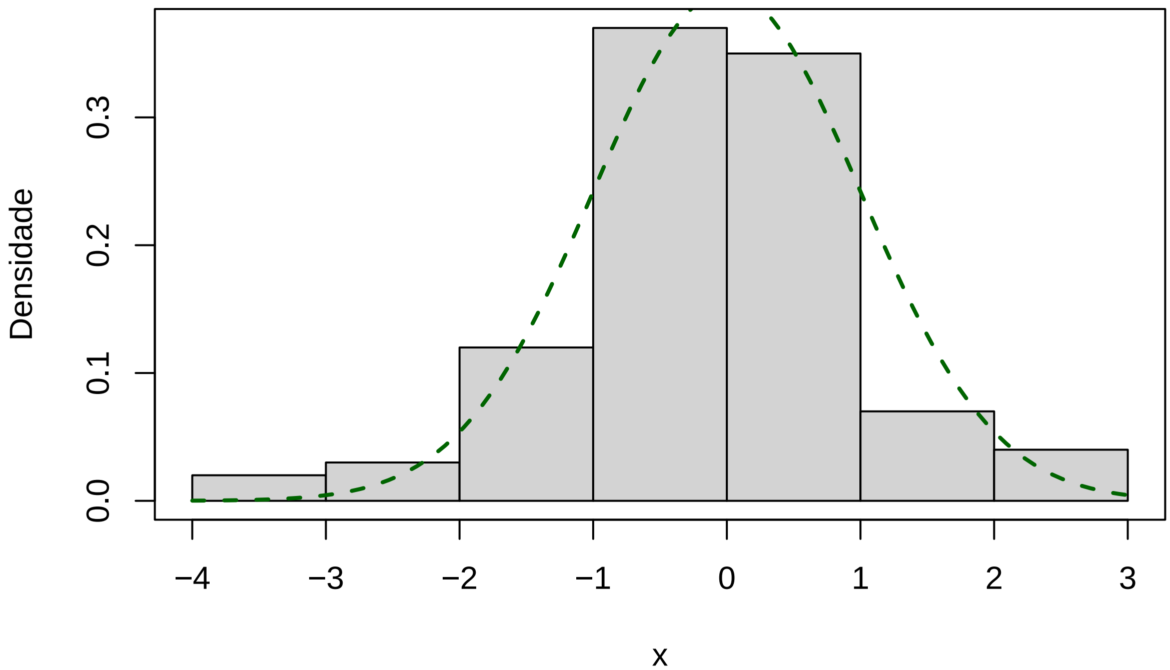



```r
## Geração da a.a.
# Número de observações
n <- 100

# Geração de uma a.a. de X
set.seed(28)  # semente
nger <- n0 <- 0
ax <- c()
while (n0 < n) {
   rej <- TRUE
   while(rej) {
      nger <- nger + 1
      # Variável auxiliar
      u <- runif(1)
      y <- ifelse(u <= 0.5, log(2 * u), -log(2 * (1 - u)))

      # Aceitação ou rejeição
      if (M * runif(1) <= fgx(y)) {
         n0 <- n0 + 1
         ax[n0] <- y
         rej <- FALSE
      }
   }
}
```

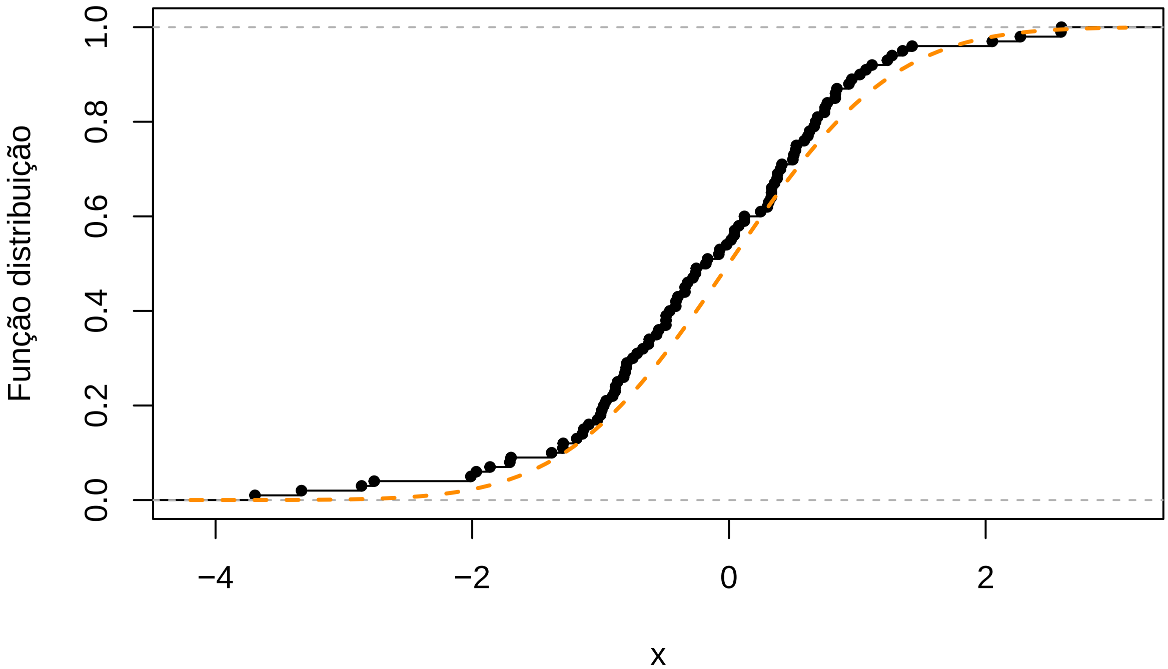
```r
cat("\n Tamanho da amostra:", n, "\n Número de tentativas:", nger)
```

```
##
##  Tamanho da amostra: 100
##  Número de tentativas: 150
```

```r
# Gráficos
hist(ax, freq = FALSE, main = "", xlab = "x", ylab = "Densidade")
curve(dnorm(x, 0, 1), add = TRUE, lty = 2, col = "darkgreen", lwd = 2)
box()
```




```r
plot(ecdf(ax), main = "", xlab = "x", ylab = "Função distribuição",
     pch = 20)
curve(pnorm(x, 0, 1), add = TRUE, lty = 2, col = "darkorange",
      lwd = 2)
```



Nota 2. Os gráficos acima sugerem que a amostra foi gerada de uma distribuição $N(0, 1)$? Apresente outro gráfico que poderia ser utilizado para responder à pergunta acima.

```
# Teste de bondade do ajuste
ks.test(ax, "pnorm", 0, 1)
```

```
##
##  Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  ax
## D = 0.090388, p-value = 0.3874
## alternative hypothesis: two-sided
```

Nota 3. O resultado do teste acima sugere que a amostra foi gerada de uma distribuição $N(0, 1)$?

Apresente outros testes que poderiam ser utilizados para responder à pergunta acima.

Nota 4. Reescreva o código da pag. 3 substituindo `while` por `repeat`.

Nota 5. Refaça o exemplo utilizando a variável aleatória Y com distribuição Cauchy padrão, cuja função densidade é $g(y) = 1/\{\pi(1 + y^2)\}$, $y \in (-\infty, +\infty)$.