ICMC – USP

SME 0802 – Inferência I – 2013/1

Mais alguns exercícios

1. Considere $X_1, \ldots, X_n \overset{\text{iid}}{\sim} P_\theta$, em que $P_\theta(X_i = -1) = P_\theta(X_i = 1) = (1-\theta)/2$ e $P_\theta(X_i = 0) = \theta$, $i = 1, \ldots, n$, e $\Theta = (0, 1)$. Apresente um estimador consistente[1] para θ.

2. Considere $X_1, \ldots, X_n \overset{\text{iid}}{\sim} \mathsf{Bernoulli}(\theta)$, $0 < \theta < 1$.

   (a) Apresente um estimador consistente para a chance de sucesso, dada por $\theta/(1-\theta)$.

   (b) Com base nas observações

   `1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1`

   apresente uma estimativa para a chance de sucesso.

3. Os diâmetros de esferas metálicas (em mm) seguem uma distribuição $\mathsf{normal}(\mu, \sigma^2)$.

   (a) A partir de uma amostra aleatória de tamanho n de medições dos diâmetros, apresente dois estimadores consistentes para a área média da superfície da esfera.

   (b) Com base nas observações

   `12,2 12,5 12,1 13,8 11,0 16,0 11,6 13,6 12,6 4,2 9,3 11,9 9,8 15,2`

   apresente estimativas da área média da superfície da esfera.

4. Sejam $X_1, \ldots, X_n \overset{\text{iid}}{\sim} \mathsf{uniforme}((0, \theta])$. Prove que $X_{(n)} = \max_{i=1,\ldots,n} X_i$ é um estimador consistente para θ. É não viesado?

5. Sejam $X_1, \ldots, X_n \overset{\text{iid}}{\sim} \mathsf{exponencial}(\lambda)$ e $X_{(1)} = \min_{i=1,\ldots,n} X_i$. Prove que $n\, X_{(1)}$ é um estimador não viesado de $\mathrm{E}(X_1) = 1/\lambda$. É consistente?

6. $X_1, \ldots, X_n$ é uma amostra aleatória de uma população $\mathsf{normal}(\mu, \sigma^2)$, em que $\mu > 0$.

   (a) Apresente dois estimadores consistentes para o coeficiente de variação (ou desvio padrão relativo), dado por σ/μ.

   (b) Com base nas observações do item 7b, apresente estimativas do coeficiente de variação.

7. O número de defeitos (manchas) por metro em rolos de tecidos segue uma distribuição $\mathsf{Poisson}(\theta)$, $\theta > 0$. É coletada uma amostra aleatória de tamanho n de contagens de defeitos em peças de 1m de tecido.

   (a) Apresente dois estimadores consistentes para a probabilidade de que seja observado exatamente um defeito em uma peą de 1m, sendo que um dos estimadores deve ser não viesado.

   (b) Com base nas observações

   `2 1 0 0 1 0 3 0 0 0 0 2 1 0 1 2 0 1 0 2 0 3 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0`

   apresente estimativas da probabilidade do item 7a.

[1] "Estimador consistente" refere-se a uma sequência de estimadores consistente.