Gramáticas 2

A sentença vazia e as GSC, GLC e GR

A sentença vazia

- Como definimos os tipos de gramáticas, λ não aparece nas LDC, LLC e LR.

- Mas, como gramáticas representam representações finitas para linguagens, então se L tem uma descrição finita, $L1 = L \cup \{\lambda\}$ também tem.

- Iremos estender a definição das GSC, GLC e GR para permitir produções da forma: $S \rightarrow \lambda$ e providenciar que S não apareça do lado direito das regras.

- Desta forma, a produção $S \rightarrow \lambda$ pode ser usada somente como primeiro passo na derivação.

- Lema 2.1 (H&U, 69)

- Prova:

  Seja S1 um símbolo não pertencente a Vn ou Vt. Seja G1 = (Vn $\cup$ {S1}, Vt, P1,S1)

  P1 consiste de todas as produções de P, mais todas as produções da forma S1 -> α onde S-> α é uma de P.

  Por S1 não pertencer a Vn ou Vt ele não aparece do lado direito de P1.

- Teo 2.1 (H&U, 69) Se L é LSC, ou LLC ou LR então L $\cup \{\lambda\}$ e L - $\{\lambda\}$ também são LSC, LLC e LR, respectivamente.

- Prova:

  Usa Lema 2.1 para criar uma nova GSC G = (Vn,Vt,P,S)

  Definimos G1 = (Vn,Vt,P1,S), onde P1 é P mais a produção S-> λ. S não aparece do lado direito de qq produção de P1.

  Assim, S-> λ se for usada é a primeira produção que vai ser aplicada e a única a ser usada em uma derivação.

Razão dos cuidados

Seja G = ({S},{a,b,c},P,S)

P = { S -> aSc

S -> b}

L(G) = $\{a^n b c^n \mid n >= 0\}$

Se simplesmente coloco S -> λ sem seguir o Lema 2.1 e Teo 2.1 tenho:

P = {S -> aSc | b | λ}

E gero também ac que não pertencia a L(G)

Exercícios

1) Seja G = ({S,B,C}, {a,b,c}, P, S)

P = { 1. S -> aSBC 2. S -> aBC

3. CB -> BC 4. aB -> ab

5. bB -> bb 6. bC -> bc

7. cC -> cc}

que gera L(G) = $\{a^n b^n c^n \mid n >= 1\}$

Encontrar a gramática para a L(G) = $\{a^n b^n c^n \mid n >= 0\}$

2) Construa uma GR para a linguagem = $\{0^n 1^m \mid n,m >= 0\}$

Nós podemos encontrar a gramática G1 = ({S,B,C} $\cup$ {S1}, {a,b,c}, P1, S1)

que gera L(G), definindo P1 com as sete produções de P mais as produções S1 -> aSBC e S1 -> aBC (pelo Lema 2.1).

Portanto, L(G1) = L(G).

Nós podemos adicionar λ a L(G1) definindo a gramática G2 = ({S,S1,B,C}, {a,b,c}, P2, S1)

onde P2 = P1 $\cup$ {S1 -> λ}.

Então L(G2) = L(G1) $\cup$ {λ} = {**$a^nb^nc^n$ | n >= 0} pelo Teo 2.1**

Para o exemplo 2)

- Cadeias mínimas: λ pertence à linguagem, somente 0^n e somente 1^m também, além do padrão $\mathbf{0^n1^m}$

- Para ser LR o λ deve ser colocado adequadamente nas regras (o símbolo inicial não pode aparecer do lado direito de qq produção).

G = ({S,A,B},{0,1},P,S}

P = { S -> λ | 0| 0A | 1 | 1B

A -> 0 | 0A | 1 | 1B

B -> 1 | 1B }

Uso restrito da cadeia nula neste curso

- Neste curso, evitamos usar produções vazias
(A -> λ) deliberadamente nas GLC e GR como é comum nos livros textos:
  - Hopcroft, Motwani & Ullman: Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation, Addison-Wesley, 2001.
  - Menezes, P.B. Linguagens Formais e Autômatos. Série Livros didáticos 3, IF UFRGS, 5ª edição, 2008, editora Bookman.

- pois esta é uma das produções que podem ser descartadas de uma gramática sem prejuízo, para criar uma gramática simplificada. A simplificação está implementada no JFLAP.

- Outras operações de simplificação envolvem descartar:
  - Símbolos inúteis (terminais e não terminais que não geram palavras)
  - Produções que substituem variáveis (A -> B)