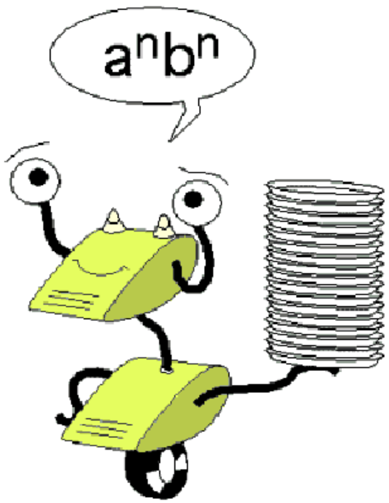
Autômatos com Pilha



Equivalência entre GLC e ACPND
Teo 5.2 (H&U, 79) e
Teo 6.13 (H,M,U, 2001) pg 238 e 239

Linguagens Regulares e ACPDet

Equivalência entre ACP e GLC

- Teo 5.2 (H&U, 79) Se L é uma LLC, então existe um ACP M tal que L = N(M).

Prova: Seja G = (Vn,Vt,P,S) uma GLC na Forma Normal de Greibach (A -> aα onde α é uma cadeia de 0 ou mais variáveis) gerando L.

Seja M = ({q1},Vt,Vn,δ,q1,S,$\emptyset$)
onde δ(q1,a,A) contém (q1,γ) sempre que A-> a γ está em P.

Exemplo: S-> aXY ➔ δ(q1,a,S) = {(q1,XY)}
(sobrescreve no topo S)

OBS: (H,M,U, 2001) pg 238 permite uma GLC qualquer. Comento depois.

Exemplo 1

Seja a gramática $G = (\{S,A,B\},\{a,b\},P,S)$ na FNG onde

$P = \{S \to aBS \mid aB \mid bAS \mid bA;$

$A \to bAA \mid a \,;\, B \to aBB \mid b\}$

$M1 = (\{q1\},\{a,b\},\{S,A,B\}, \delta,q1,S, \varnothing)$

ACPND

$S \to aBS$ || $\delta(q1,a,S) = \{(q1,BS), (q1,B)\}$

$S \to aB$ ||

$S \to bAS$ || $\delta(q1,b,S) = \{(q1,AS), (q1,A)\}$

$S \to bA$ ||

$A \to bAA$ || $\delta(q1,b,A) = \{(q1,AA)\}$

$A \to a$ || $\delta(q1,a,A) = \{(q1,\lambda)\}$

$B \to aBB$ || $\delta(q1,a,B) = \{(q1,BB)\}$

$B \to b$ || $\delta(q1,b,B) = \{(q1, \lambda)\}$

Exemplo 2

$L = \{ wcw^R \mid w \in \{0,1\}^* \}$

$G = (\{S\},\{0,1,c\},P,S)$

$P = \{ S \rightarrow 0S0 \mid S \rightarrow 1S1 \mid S \rightarrow c\}$

----- Mas não está na FNG -------

$G1 = (\{S,A,B\}, \{0,1,c\},P1,S)$

$P1 =\{S \text{ -> } 0SA \mid 1SB \mid c;\ A \text{ -> } 0\ ;\ B \text{ -> } 1\}$

$M2 = (\{q1\}, Vt1,Vn1,\delta, q1,S,\varnothing)$ ACPD

$S \text{ -> } 0SA \Rightarrow \delta(q1,0,S) = \{(q1,SA)\}$

$S \text{ -> } 1SB \Rightarrow \delta(q1,1,S) = \{(q1,SB)\}$

$S \text{ -> } c \Rightarrow \delta(q1,c,S) = \{(q1,\lambda)\}$

$A \text{ -> } 0 \Rightarrow \delta(q1,0,A) = \{(q1, \lambda)\}$

$B \text{ -> } 1 \Rightarrow \delta(q1,1,B) = \{(q1, \lambda)\}$

Configurações para 001c100

Entrada	Configuração
	(q1,S)
0	(q1,SA)
00	(q1,SAA)
001	(q1,SBAA)
001c	(q1,BAA)
001c1	(q1,AA)
001c10	(q1,A)
001c100	(q1, λ)

Como acabou a entrada e a pilha ficou vazia, aceita a cadeia

Exemplo 3

- $L = \{a^n b^{2n} \mid n >= 1\}$

G = ({S},{a,b},P,S)

P = {S -> abb | aSbb}

----- Mas não está na FNG -------

$G1 = (\{S,A,B\}, \{a,b\}, P1, S)$ na FNG

$P1 = \{$ $S \to aB$

$S \to aSB$

$B \to bb \dashrightarrow B \to bA$

$A \to b\ \}$

$M3 = (\{q1\},\{a,b\},\{S,A,B\}, \delta, q1, S, \emptyset)$

$\delta(q1,a,S) = \{(q1,B),(q1,SB)\}$

ACPND

$\delta(q1,b,B) = \{(q1,A)\}$

$\delta(q1,b,A) = \{(q1, \lambda)\}$

Configurações para aabbbb ; ab ; abb

Entrada	Configuração
	(q1,S)
a	(q1,B) (q1, SB)
aa	? (q1,BB) (q1,SBB)
aab	(q1,AB) ?
aabb	(q1,B)
aabbb	(q1,A)
aabbbb	(q1, λ)

Exemplo 4

- $L = \{ 0^n1^n \mid n > 0\}$
- $G = (\{S\},\{0,1\},P,S)$
- $P = \{S \rightarrow 0S1 \mid 01\}$

----- Mas não está na FNG -------

ACP resultante da aplicação do Teo 5.2

$G1 = (\{S,A\}, \{0,1\},P1,S)$

$P1 = \{S \text{->} 0SA \mid 0A \,;\, A \text{->} 1\}$

$M = (\{q1\}, Vt,Vn,\delta, q1,S,\emptyset)$

$\delta(q1,0,S) = \{(q1,SA), (q1,A)\}$

$\delta(q1,1,A) = \{(q1,\lambda)\}$

ACPND

Exemplo 5

- Encontre um ACP M que reconheça $L = \{1^n0^m1^n \mid n >= 0, m >= 1\}$ por pilha vazia.

- Idéia: empilha seqüência esquerda de 1 (com x), exige a existência de pelo menos 1 zero (não empilha), e desempilha conforme lê a seqüência de 1 à direita.

$L = \{1^n 0^m 1^n \mid n >= 0, m >= 1\}$

$G = (\{S,A\},\{0,1\},P,S)$

$P = \{S \to 1S1 \mid A$

$A \to 0 \mid 0A\}$

----- Mas não está na FNG -------

O QUE FAZER COM GRAMÁTICAS ASSIM?

$I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$

$E \rightarrow I \mid E + E \mid E * E \mid (E)$

GLC & ACP - (H,M,U, 2001) pg 238 e 239

- Seja $G = (V,T,P,S)$ uma GLC. Construa o ACP que reconhece $L(G)$ por pilha vazia como abaixo:

$M = (\{q\}, T, V \cup T, \delta, q, S, \emptyset)$

1) Para cada não terminal A,

- $\delta(q, \lambda, A) = \{(q,\beta) \mid A \rightarrow \beta$ pertence a $P\}$

2) Para cada terminal a

- $\delta(q, a, a) = \{(q, \lambda)\}$

Exemplo

$I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$

$E \rightarrow I \mid E + E \mid E * E \mid (E)$

$M = (\{q\}, \{a,b,0,1,+,*,(,)\}, \{I,E, a,b,0,1,+,*,(,)\}, \delta, q, E, \emptyset)$

1. $\delta(q, \lambda, I) = \{(q,a),(q,b),(q,Ia),(q,Ib),(q,I0),(q,I1)\}$
1. $\delta(q, \lambda, E) = \{(q,I),(q,E+E),(q,E*E),(q,(E))\}$

2. $\delta(q, a,a) = \{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, b,b) = \{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, 0,0) = \{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, 1,1) = \{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, (,() = \{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q,),)) = \{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, +,+) = \{(q, \lambda)\}$
2. $\delta(q, *,*) = \{(q, \lambda)\}$

Configurações para a cadeia a + b

Entrada	Configuração
	(q,E)
a	(q,E+E)
a	(q,I+E)
a	(q,a+E)
a	(q,+E)
a+	(q,E)
a+b	(q,I)
a+b	(q,b)
a+b	(q, λ)

Usa mov- λ

Usa mov- λ

Equivalência entre ACP e GLC

- Teo 5.3 (H & U, 79) Se L = N(M) para algum M então L é LLC.
- Não será dado. Vejam no livro acima ou em (H,M,U, 2001) pg 242.

Linguagens Regulares e ACPDet

- Teo 6.17 (H,M&U, 2001) Se L é uma LR então L = L(P) para algum ACPDet P. (aceita por estado final)

  Prova: Essencialmente, um ACPDet pode simular a automação finita. O ACP mantém um símbolo Z_0 na sua pilha, porque um ACP tem que ter uma pilha, mas realmente ignora essa pilha e somente usa estados.

Formalmente

- Seja $A = (Q, \Sigma, \delta_A, qo, F)$ um AFD. Construa o ACP $P = (Q, \Sigma, \{Zo\}, \delta_P, qo, Zo, F)$ definindo:

- $\delta_P(q,a,Zo) = \{(p,Zo)\}$ para todos os estados p e q em Q tal que $\delta_A(q,a) = p$

- Desde que A e P aceitam ao entrar em um dos estados finais de F, concluímos que as linguagens são as mesmas.

Propriedade das LLCs

- Fechadas sobre concatenação, união e fecho
- Não é fechada sobre intersecção e complemento

$$L_1=\{a^n b^n c^m | n,m \geq 0\}$$

$$L_2=\{a^n b^m c^m | n,m \geq 0\}$$

$$L_1 \cap L_2=\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$$

$$L_1 \cap L_2 = \neg(\neg L_1 \cup \neg L_2)$$

Pumping Lema para Linguagens livre de Contexto: mostrar que uma L não é LC

- Seja L uma LLC infinita. Então existe um inteiro positivo m qualquer w membro de L com $|w| \geq m$ pode ser decomposto como:

$w = uvxyz$

- Com $|vxy| \leq m$,
- e
- $|vy| \geq 1$,
- Tal que $w_i = uv^ixy^iz$, está também em L para $i = 0, 1, 2, ...$

Explorem o jogo disponível no JFLAP

- Cada aluno escolhe uma linguagem do jogo e procura a prova formal também
- Na terça escolhemos algumas para apresentar.