

USP – ICMC – SME0800 - Probabilidade I

2ª lista de exercícios – 2º/2024

- Um cubo com faces coloridas foi serrado em 1000 cubos de dimensões iguais. Um destes cubos é escolhido ao acaso. Calcule as probabilidades dos eventos abaixo.
 - Uma face é colorida.
 - Duas faces são coloridas.
 - Três faces são coloridas.
- Uma caixa com 100 fotografias contém a fotografia que está sendo procurada. Calcule a probabilidade de que esta fotografia seja uma de 10 fotografias selecionadas ao acaso.
- Um segmento de comprimento L é dividido em três segmentos por dois pontos selecionados ao acaso. Calcule a probabilidade de que estes três segmentos possam formar um triângulo.
- Uma loteria consiste no sorteio de um único número de um total de $M \geq 2$ números. O jogador 1 compra $m < M$ bilhetes em um sorteio. O jogador 2 compra apenas um bilhete em m sorteios diferentes. Qual dos dois jogadores tem maior probabilidade de ganhar o prêmio?
Sugestão: A desigualdade $(1 - 1/M)^m \geq 1 - m/M$ pode ser usada.
- A e B são eventos de um espaço amostral tais que $P(A) = 2/3$ e $P(B) = 4/9$. Prove que
 - $P(A \cup B) \geq 2/3$,
 - $2/9 \leq P(A \cap B^c) \leq 5/9$ e
 - $1/9 \leq P(A \cap B) \leq 4/9$.
- Um grupo de $n \geq 3$ pessoas é distribuído ao acaso em uma roda. Calcule a probabilidade de que duas determinadas pessoas fiquem juntas.
- Um conjunto de $n \geq 2$ bolas numeradas de 1 a n é distribuído ao acaso em n caixas numeradas de 1 a n . Calcule a probabilidade de que ocorram k coincidências entre o número da bola e o número da caixa ($1 \leq k \leq n$).
- Uma caixa contém bolas vermelhas e bolas pretas. Quando duas bolas são retiradas ao acaso, a probabilidade de que ambas sejam vermelhas é igual a $1/2$. Qual é o menor número de bolas na caixa? Considere diferentes quantidades de bolas pretas na caixa (1, 2, etc).
Sugestão: Para r e $b > 0$, vale a desigualdade $r/(r + b) > (r - 1)/(r + b - 1)$.