MLG gama em R

Este exemplo refere-se a um experimento em que a resistência (em horas) de um determinado tipo de vidro foi avaliada segundo quatro valores de voltagem (200, 250, 300 e 350, em kilovolts) e duas temperaturas (170 e 180, em graus Celsius). O principal interesse consiste em comparar as resistências médias em relação aos níveis de voltagem e temperatura. Uma descrição do problema encontra-se no livro do Prof. G. A. Paula, p. 175 (http://www.ime.usp.br/~giapaula/texto_2013.pdf). Os dados podem ser obtidos na página http://www.ime.usp.br/~giapaula/vidros.dat.

Os dados são lidos com os comandos abaixo. As variáveis `volt` (voltagem) e `temp` (temperatura) são transformadas em qualitativas (`factor`).

```
## Dados
dados <- . . .
colnames(dados) <- c("resist", "volt", "temp")

dados$volt <- factor(dados$volt, labels = c("200kV", "250kV", "300kV",
"350kV"))
dados$temp <- factor(dados$temp, labels = c("170C", "180C"))
```

Algumas estatísticas descritivas (média, desvio padrão e coeficiente de variação) da variável resposta são calculadas para cada nível de voltagem e temperatura.

```
# Estatísticas descritivas
by(dados$resist, dados[, c("volt", "temp")], function(x) c(length(x),
mean(x), sd(x), sd(x) / mean(x)))
```

```
volt: 200kV
temp: 170C
[1]   4.0000000 885.0000000 311.1944730   0.3516322
-----------------------------------------
volt: 250kV
temp: 170C
[1]   4.0000000 814.0000000 229.6490075   0.2821241
-----------------------------------------
volt: 300kV
temp: 170C
[1]   4.0000000 424.2500000 147.8769195   0.3485608
-----------------------------------------
volt: 350kV
temp: 170C
[1]   4.0000000 362.7500000 155.9174461   0.4298207
-----------------------------------------
volt: 200kV
temp: 180C
[1] 4.000000e+00 1.044000e+03 5.760787e+01 5.517995e-02
-----------------------------------------
volt: 250kV
temp: 180C
[1]   4.0000000 364.7500000 121.7439252   0.3337736
```

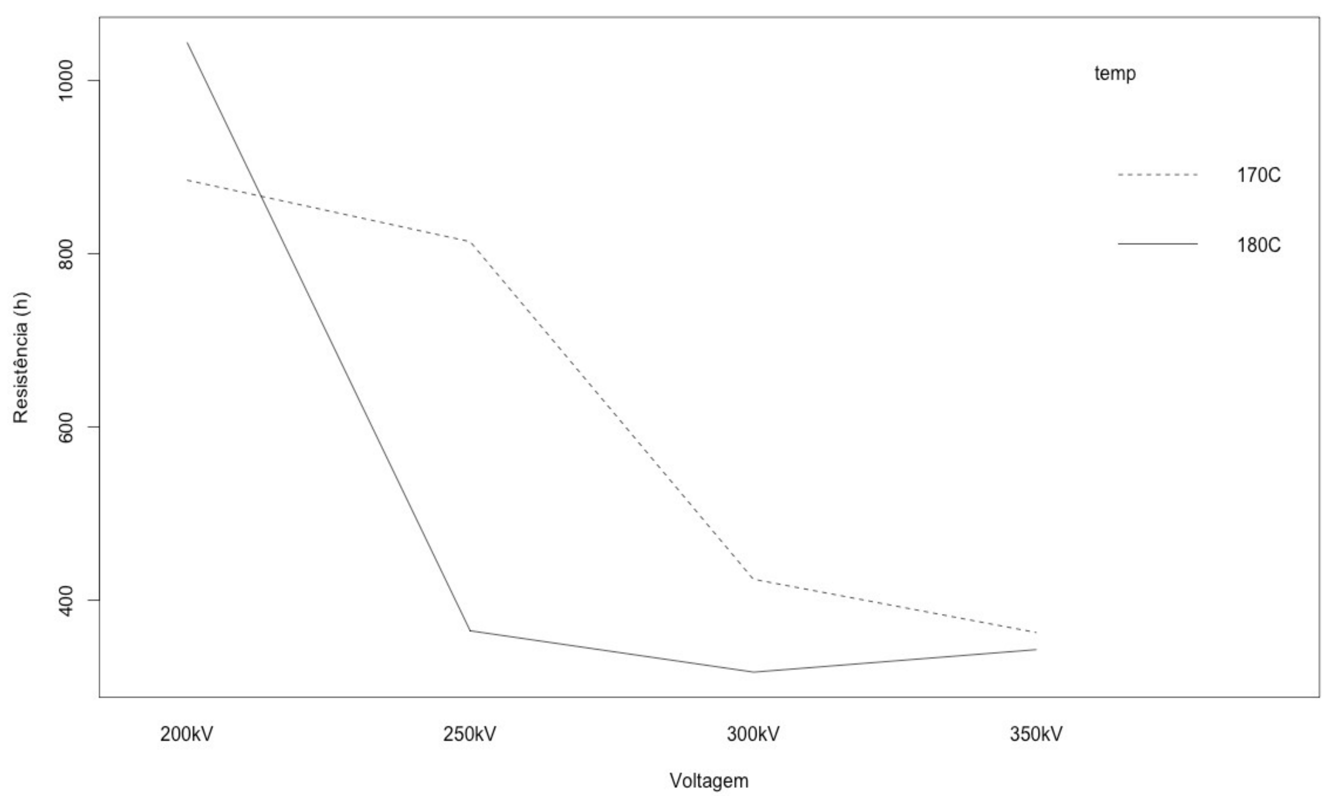
```
----------------------------------------
volt: 300kV
temp: 180C
[1]   4.0000000 317.0000000  57.6599225   0.1818925
----------------------------------------
volt: 350kV
temp: 180C
[1]   4.0000000 343.0000000 118.0621305   0.3442045
```

Como a variável resposta é positiva, podemos iniciar com o ajuste de um modelo gama. Pelos resultados acima, o coeficiente de variação tem estimativas de 0,055 a 0,43, sendo que dos oito grupos de observações, em apenas um a estimativa é próxima ao mínimo. Ressalte-se que o número de observações em cada grupo é apenas 4. Prosseguimos com o modelo gama, em que o parâmetro de dispersão representa a raiz quadrada do coeficiente de variação. Dizemos que o modelo gama é um modelo para dados com coeficiente de variação constante (significando que não depende da esperança μ).

<u>Nota 1.</u> Prove que no modelo gama, o parâmetro de dispersão é igual ao quadrado do coeficiente de variação.

O gráfico de interação abaixo indica uma redução da resistência média (por que “média”?) à medida que aumenta o nível de voltagem. Além disso, há indicação de interação entre voltagem e temperatura (por quê?).

```
# Gráfico de interação
with(dados, interaction.plot(volt, temp, resist, xlab = "Voltagem",
   ylab = "Resistência (h)"))
```



Nota 2. Você recomendaria um gráfico de caixas (*boxplot*) para representar estes dados?

Nota 3. Represente os dados em um gráfico de pontos.

Será utilizada a função de ligação identidade. O primeiro modelo ajustado inclui os efeitos principais e a interação voltagem × temperatura.

```
## Modelos
m1 <- glm(resist ~ volt * temp, family = Gamma(link = "identity"),data = dados)
summary(m1)
```

```
Coefficients:
                     Estimate Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept)             885.0      137.8   6.424  1.21e-06 ***
volt250kV               -71.0      187.2  -0.379   0.70780
volt300kV              -460.8      152.8  -3.016   0.00598 **
volt350kV              -522.2      148.9  -3.508   0.00181 **
temp180C                159.0      213.1   0.746   0.46275
volt250kV:temp180C     -608.2      254.3  -2.392   0.02496 *
volt300kV:temp180C     -266.2      228.4  -1.165   0.25529
volt350kV:temp180C     -178.8      226.8  -0.788   0.43831
```

Nota 4. Levando em conta a função de ligação adotada, os sinais das estimativas estão compatíveis com o gráfico da figura, p. 1?

Nota 5. Interprete as estimativas acima.

Apenas uma interação apresenta coeficiente significativo a um nível de 5% (mas não a 1%). Ajustamos um modelo sem a interação voltagem × temperatura.

```
m2 <- update(m1, . ~ . -volt:temp)
summary(m2)
```

```
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    1039.94     122.50   8.489 4.21e-09 ***
volt250kV      -426.49     135.61  -3.145  0.00402 **
volt300kV      -608.81     126.21  -4.824 4.89e-05 ***
volt350kV      -612.89     126.04  -4.863 4.40e-05 ***
temp180C       -117.77      56.43  -2.087  0.04644 *
```

Os coeficientes são significativos a um nível de 5%, sendo que no caso da variável temperatura a situação é limítrofe. Em seguida os dois modelos são comparados.

```
anova(m2, m1, test = "F")
Analysis of Deviance Table
Model 1: resist ~ volt + temp
Model 2: resist ~ volt * temp
  Resid. Df Resid. Dev Df Deviance      F  Pr(>F)
1        27     3.4306
2        24     2.4277  3   1.0029 3.4487 0.03246 *
```

A diferença não é significativa a um nível de 1%. Por simplicidade, adotamos o modelo contendo apenas os efeitos principais, no qual todos os níveis de voltagem apresentam diferença negativa, decrescente e significativa em relação ao nível de referência (200 kV) sobre a resistência média.

Nota 6. Procure simplificar ainda mais, excluindo a variável temperatura.

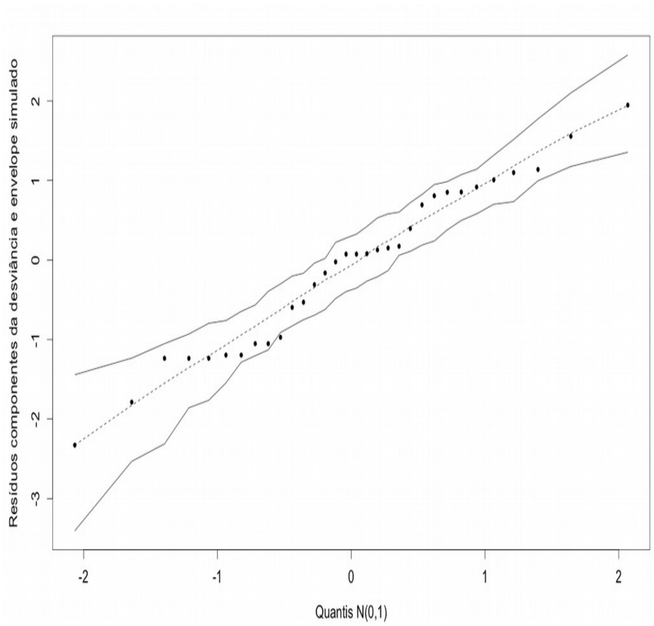
Os gráficos de envelopes abaixo não apontam afastamentos sérios das suposições inerentes ao modelo.

```
## Envelope m2
# Número de simulações
B <- 100

X <- model.matrix(m2)
n <- nrow(X)
phi <- sum((resid(m2, type = "response") / (fitted(m2))) ^2) /
   (n - ncol(X))
W <- diag(m2$weights)
h <- diag(sqrt(W) %*% X %*% solve(t(X) %*% W %*% X) %*% t(X) %*% sqrt(W))
rD <- resid(m2, type = "deviance") / sqrt(phi * (1 - h))
rDo <- sort(rD)

# Simulações
mrD <- matrix(0, B, n)
for (i in 1:B) {
   simy <- simulate(m2, nsim = 1)
   m2s <- glm(simy[, 1] ~ X, family = Gamma(link = "identity"))
   phis <- sum((resid(m2s, type = "response") / (fitted(m2s))) ^2) /
      (n - ncol(X))
   W <- diag(m2s$weights)
   h <- diag(sqrt(W) %*% X %*% solve(t(X) %*% W %*% X) %*% t(X) %*% sqrt(W))
   rDs <- resid(m2s, type = "deviance") / sqrt(phis *(1 - h))
   mrD[i,] <- rDs
}
mrD <- t(apply(mrD, 1, sort))
Z <- qnorm((1:n - 3/8) / (n + 1/4))
rDm <- apply(mrD, 2, mean)
rDmin <- apply(mrD, 2, min)
rDmax <- apply(mrD, 2, max)
mrD <- cbind(Z, rDo, rDmin, rDm, rDmax)

# Envelope
par(mai = c(1.2, 1.2, 0.5, 0.1))
plot(mrD[, 1], mrD[, 2], pch = 20, ylim = range(mrD[, -1]),
     cex.axis = 1.2, cex.lab = 1.2, xlab = "Quantis N(0,1)",
     ylab = "Resíduos componentes da desviância e envelope simulado")
lines(mrD[, 1], mrD[, 3])
lines(mrD[, 1], mrD[, 4], lty = 2)
lines(mrD[, 1], mrD[, 5])
```

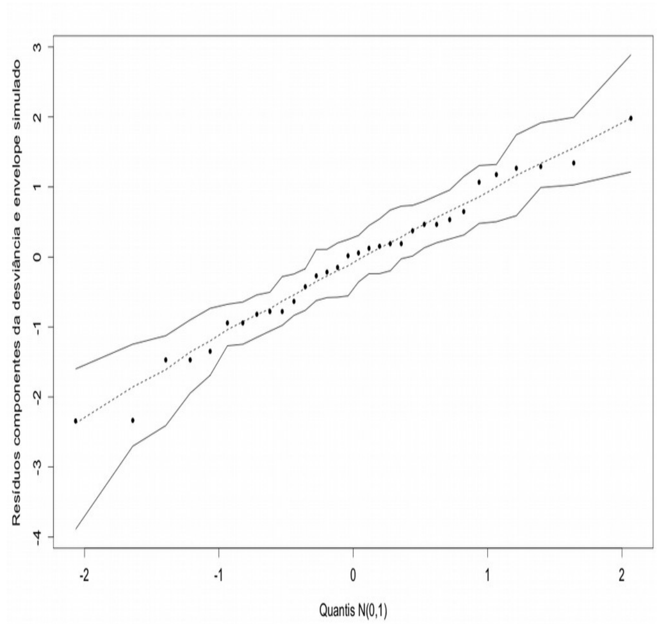
Nota 7. Justifique o estimador do parâmetro de dispersão destacado acima em amarelo. Compare a estimativa obtida com o resultado da função `summary`.

Nota 8. Apresente outra estimativa do parâmetro de dispersão.

Modelo com efeitos principais e interação



Modelo com efeitos principais



Nota 9. Experimente outras funções de ligação.

Nota 10. Verifique os modelos ajustados distribuição normal e normal inversa para a variável resposta.

Nota 11. Procure identificar pontos de alavancagem e, se existirem, avaliar a influência deles sobre as inferências.

Nota 12. Procure reproduzir os resultados utilizando o sistema SAS.