

1. Encontrar os autovalores e autovetores da transformação linear $T : V \rightarrow V$ nos seguintes casos:

(a) $V = \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (x + y, x - y)$.

(b) $V = \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x + y, x - y + 2z, 2x + y - z)$.

(c) $V = \mathbb{R}^3$, $T(1, 0, 0) = (2, 0, 0)$, $T(0, 1, 0) = (2, 1, 2)$, $T(0, 0, 1) = (3, 2, 1)$.

(d) $V = P_2(\mathbb{R})$, $T(ax^2 + bx + c) = ax^2 + cx + b$.

(e) $V = M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$, $T(A) = A^t$, onde A^t é a matriz transposta de A .

(f) $V = \mathbb{R}^4$, $[T]_B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, onde B é a base canônica de \mathbb{R}^4 .

2. Encontre a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ que tenha autovalores -2 e 3 associados aos autovalores $(3y, y)$ e $(-2y, y)$.

3. Quais são os autovalores e autovetores do operador derivação $D : P(\mathbb{R}) \rightarrow P(\mathbb{R})$?

4. Encontre os autovalores e autovetores das matrizes:

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 12 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

5. Seja $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Ache os autovalores de A e de A^{-1} .

(b) Quais são os autovetores correspondentes?

6. Suponha que λ seja um autovalor de uma matriz A e α seja um número não nulo. Determine os autovalores e autovetores da matriz αA .

7. Seja $T : V \rightarrow V$ uma transformação linear.

(a) Se $\lambda = 0$ é um autovalor de T , mostre que T não é injetora.

(b) A recíproca é verdadeira? Ou seja, se T não é injetora, $\lambda = 0$ é um autovalor de T ?

8. Seja $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Suponha que A possui dois autovalores λ_1 e λ_2 . Mostre que:

(a) $\lambda_1 \lambda_2 =$ determinante de A .

(b) $\lambda_1 + \lambda_2 =$ traço de $A = a + d$.

9. Generalize o exercício anterior para uma matriz $n \times n$.