$\boxed{\textbf{8}^a \textbf{ Lista de Exercícios de SMA332 - Cálculo II}}$

Professor: Thais Jordão e Wagner Vieira Leite Nunes   17.02.2014

Exercício 1 *Encontrar os pontos extremos locais da função* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x,y) \doteq (x-y)^6 + (y-2)^2$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

Exercício 2 *Determine os valores máximos e mínimos globais associados à função* $f : [0,2] \times [-1,2] \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$, $(x,y) \in [0,2] \times [-1,2]$.

Exercício 3 *Encontre os pontos críticos de cada uma funções abaixo. Classifique-os, isto é, diga se a função tem máximo, mínimo locais ou sela, em cada um dos pontos críticos encontrados.*

a) $f(x,y) \doteq 18x^2 - 32y^2 - 36x - 128y - 110$, **b)** $f(x,y) \doteq \operatorname{sen}(x+y) + \operatorname{sen}x + \operatorname{sen}y$

c) $f(x,y) \doteq \dfrac{1}{x} - \dfrac{64}{y} + xy$ **d)** $f(x,y) \doteq x^2 \cos(y)$,

para $(x,y) \in \mathrm{Dom}(f)$.

Exercício 4 *Determinar os pontos críticos das funções abaixo e dizer quais deles são máximos locais, quais são mínimos locais e quais são pontos de sela (quando for possível usar o teste do Hessiano).*

a) $f(x,y) \doteq (x-1)^2 + 2y^2$ **b)** $f(x,y) \doteq \left(x^2+y^2\right) e^{-(x^2+y^2)}$

c) $f(x,y) \doteq x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ **d)** $f(x,y) \doteq \dfrac{8}{x} + \dfrac{x}{y} + y$,

para $(x,y) \in \mathrm{Dom}(f)$.

Exercício 5 *Dividir 120 em três partes de modo que a soma dos produtos das partes tomadas duas a duas seja máxima.*

Exercício 6 *Representar um número positivo* A *em forma de um produto de quatro fatores positivos, cuja soma dos mesmos seja a menor possível.*

Exercício 7 *Determine a equação da reta tangente à curva* $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 1$, *onde* $(x,y) \in (0,\infty) \times (0,\infty)$, *que forma com os eixos um triângulo de área mínima.*

e

Exercício 8 *Usando o método dos multiplicadores de Lagrange, determinar os extremos condicionados das funções:*

a) $f(x,y) \doteq xy$, *quando* $x + y = 1$ **b)** $f(x,y,z) \doteq x^2 + y^2 + z^2$, *para* $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$

c) $f(x,y) \doteq x^2 + y^2$, *se* $3x + 2y = 6$ **d)** $f(x,y,z) \doteq xyz$, *se* $x + y + z = 5$ *e* $xy + yz + zx = 8$,

Exercício 9 *Os leitos de dois rios são aproximadamente representados pelas representaçãoes geométricas dos gráficos da párabola* $y = x^2$ *e da reta* $x - y - 2 = 0$. *Deseja-se reunir os dois cursos por um canal retilíneo de tal maneira que o comprimento seja mínimo. Quais são as coordenadas dos pontos pelos quais deve passar tal canal?*

Exercício 10 *Utilizando multiplicadrores de Lagrange, achar o comprimento dos eixos da elipse* $5x^2 + 8xy + 5y^2 = 9$.

Exercício 11 *Achar a distância mais curta do ponto* $P = (1, 2, 3)$ *à reta que tem equações na forma simétrica dadas por* $x = -\frac{y}{3} = \frac{z}{2}$.

Exercício 12 *Qual o volume do maior paralelepípedo retangular que possa ser inscrito no elipsóide.*

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{36} = 1$$

Exercício 13 *A temperatura* T *em qualquer ponto* (x, y, z) *é dada por* $T(x, y, z) = 100x^2yz$. *Encontre as temperaturas máximas e mínimas dentro da região* $\{(x, y, z)\ ;\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\} \subseteq \mathbb{R}^3$.

Exercício 14 *Determine os pontos* P *na elipse* $x^2 + 2y^2 = 6$ *e* Q *na reta* $x + y = 4$ *de modo que a ditância de* P *a* Q *seja a menor possível.*

Exercício 15 *Achar a menor distância da origem à superfície* $x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$. *O que se pode falar dos pontos* $(1, 0, 0)$ e $(-1, 0, 0)$*?*