

## Entregar Exercício 9 em 17/11/2011

**Exercício 1** (Meyer E. 9.1, p.240). Suponha que  $X$  tenha distribuição  $N(2, 16)$ . Empregando a tábua da distribuição normal, calcule as seguintes probabilidades.

- (a)  $P(X \geq 2, 3)$  (b)  $P(1, 8 \leq X \leq 2, 1)$ .

**Exercício 2** (Meyer E. 9.2 e E. 9.3, p.240). O diâmetro de um cabo elétrico é normalmente distribuído com média 0,8 e variância 0,0004.

- (a) Qual é a probabilidade de que o diâmetro ultrapasse 0,81?  
 (b) Suponha que um cabo seja considerado defeituoso se o diâmetro diferir de sua média em mais de 0,025. Qual é a probabilidade de se encontrar um cabo defeituoso?

**Exercício 3** (Meyer E. 9.5, p.241). Suponha-se que a duração da vida de dois dispositivos eletrônicos,  $D_1$  e  $D_2$  tenham distribuições  $N(40, 36)$  e  $N(45, 9)$ , respectivamente. Se o dispositivo eletrônico tiver de ser usado por um período de 45 horas, qual dos dispositivos deve ser o preferido? Se tiver de ser usado por um período de 48 horas, qual deles deve ser preferido?

- (a) nenhum corte?  
 (b) no máximo dois cortes?  
 (c) pelo menos dois cortes?

**Exercício 4** (Meyer E. 9.5, p.241). Podemos estar interessados apenas na magnitude de  $X$ , digamos  $Y = |X|$ . Se  $X$  tiver distribuição  $N(0, 1)$ , determine a fdp de  $Y$ , e calcule  $E(X)$  e  $\text{Var}(X)$ .

**Exercício 5** (Meyer E. 9.10, p.241). Suponha que  $X$  tenha distribuição  $N(\mu, \sigma^2)$ . Determine  $c$ , em função de  $\mu$  e  $\sigma^2$ , tal que  $P(X \leq c) = 2P(X > c)$ .

**Exercício 6** (Meyer E. 9.12, p.241). O diâmetro externo de um eixo,  $D$ , é especificado igual a 4 polegadas. Considere  $D$  como uma variável aleatória normalmente distribuída com média 4 polegadas e variância 0,01 (polegadas)<sup>2</sup>. Se o diâmetro real diferir do valor especificado por mais de 0,05 polegadas e menos de 0,08 polegadas, o prejuízo do fabricante será \$ 0,50. Se o diâmetro real diferir do diâmetro especificado por mais de 0,08 polegadas, o prejuízo será de \$ 1,00. O prejuízo  $L$  pode ser considerado uma variável aleatória. Estabeleça a distribuição de probabilidade de  $L$  e calcule  $E(L)$ .

**Exercício 7** (Meyer E. 9.14, p.242). Suponha que  $X$  seja uma variável aleatória para a qual  $E(X) = \mu$  e  $\text{Var}(X) = \sigma^2$ . Suponha que  $Y$  seja uniformemente distribuída sobre o intervalo  $(a, b)$ . Determine  $a$  e  $b$  de modo que  $E(X) = E(Y)$  e  $\text{Var}(X) = \text{Var}(Y)$ .

**Exercício 8** (Meyer E. 9.15, p.242). Suponha que  $X$ , a carga de ruptura de um cabo (em kg), tenha distribuição  $N(100, 16)$ . Cada rolo de 100 metros de cabo dá um lucro de \$ 25, desde que  $X > 95$ . Se  $X \leq 95$ , o cabo poderá ser utilizado para uma finalidade diferente e o lucro de \$ 10 por rolo será obtido. Determinar o lucro esperado por rolo.

**Exercício 9** (Meyer E. 9.16, p.242). Sejam  $X_1$  e  $X_2$  variáveis aleatórias independentes, cada uma com distribuição  $N(\mu, \sigma^2)$ . Faça-se  $Z(t) = X_1 \cos(wt) + X_2 \sin(wt)$ . Esta variável interessa aos estudos de sinais aleatórios. Seja  $V(t) = dZ(t)/dt$ . (Supõe-se que  $w$  seja constante.)

- (a) Qual é a distribuição de probabilidade de  $Z(t)$  e  $V(t)$ , para qualquer  $t$  fixado?  
 (b) Mostre que  $Z(t)$  e  $V(t)$  são não-correlacionados.

**Exercício 10** (Meyer E. 9.17, p.242). Um combustível para foguetes deve conter uma certa percentagem  $X$  de um componente especial. As especificações exigem que  $X$  esteja entre 30 e 35 por cento. O fabricante obterá um lucro líquido  $T$  sobre o combustível (por galão), que é dado pela seguinte função de  $X$ .

$$T(X) = \begin{cases} \$0, 10 \text{ por galão se } 30 < X < 35, \\ \$0, 05 \text{ por galão se } 35 \leq X < 40 \text{ ou } 25 < X \leq 30, \\ -\$0, 10 \text{ por galão, para outros quaisquer valores.} \end{cases}$$

- (a) Calcular  $E(T)$ , quando  $X$  tiver a distribuição  $N(33, 9)$ .  
 (b) Suponha que o fabricante deseje aumentar seu lucro esperado  $E(t)$ , em 50 por cento. Ele pretende fazê-lo pelo aumento de seu lucro (por galão), naquelas remessas de combustível que atendam às especificações,  $30 < X < 35$ . Qual deverá ser seu novo lucro líquido.

**Exercício 11** (Meyer E. 9.30, p.243). Suponha que  $X$ , o comprimento de uma barra, tenha distribuição  $N(10, 2)$ . Em vez de medir o valor de  $X$ , somente são especificadas certas exigências que devem ser atendidas. Especificamente, cada barra fabricada será classificada como segue  $X < 8, 8 \leq X < 12, X \geq 12$ . se 15 dessas barras forem fabricadas, qual é a probabilidade de que um igual número de barras caia em cada uma das categorias acima?

**Exercício 12** (Meyer E. 9.31, p.243). Sabe-se que a precipitação anual de chuva, em certa localidade, é uma variável aleatória normalmente distribuída, com média igual a 29,5 cm e desvio-padrão 2,5 cm. Quantos centímetros de chuva (anualmente) são ultrapassados em cerca de 5 por cento do tempo?

**Exercício 13** (Meyer E. 9.32, p.243). Suponha que  $X$  tenha distribuição  $N(0, 25)$ . Calcule  $P(1 < X^2 < 4)$ .

**Exercício 14** (Meyer E. 9.32, p.243). Seja  $X_t$  o número de partículas emitidas em  $t$  horas por uma fonte radioativa e suponha-se que  $X_t$  tenha uma distribuição de Poisson, com parâmetro  $\beta t$ . Faça-se igual a  $T$  o número de horas entre emissões sucessivas. Mostre que  $T$  tem uma distribuição exponencial com parâmetro  $\beta$ .

**Exercício 15** (Meyer E. 9.33, p.244). Suponha que  $X_t$  seja definido tal como no Exercício 14, com  $\beta = 30$ . Qual a probabilidade de que o tempo entre duas emissões sucessivas seja maior do que 5 minutos? Maior do que 10 minutos? Menor do que 30 segundos?

**Exercício 16** (Meyer E. 9.37, p.244). Suponha que o número de acidentes em uma fábrica possa ser representado por um processo de Poisson, com média de 2 acidentes por semana. Qual é a probabilidade de que

- (a) o tempo decorrido desde um acidente até o próximo acidente seja maior do que três dias?  
 (b) o tempo decorrido desde um acidente até o terceiro acidente seja maior do que uma semana?

**Exercício 17** (Meyer E. 9.38, p.244). Em média, um processo de produção cria uma peça defeituosa entre cada 300 fabricadas. Qual é a probabilidade de que a terceira peça defeituosa apareça:

- (a) antes de 1000 peças terem sido fabricadas?  
 (b) quando a milésima peça for fabricada?  
 (c) depois que a milésima peça for fabricada?

*Sugestão:* Suponha um processo de Poisson.