

ALGORITMOS E ESTRUTURAS DE DADOS II

Grafos - Busca

Profa. Elaine Parros Machado de Sousa
alterações: Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

Material baseado em aulas dos professores:
Gustavo Batista, Robson Cordeiro, Moacir Ponti Jr.,
Maria Cristina Oliveira e Thiago A. S. Pardo

BUSCA EM PROFUNDIDADE: DEFINIÇÃO

- *Depth-First Search – DFS*

- Características:

- o algoritmo busca o vértice “mais profundo” no grafo sempre que possível
- as arestas são exploradas a partir do vértice v mais recentemente descoberto e que ainda possui arestas não exploradas saindo dele
- quando todas as arestas adjacentes a v tiverem sido exploradas, a busca “anda para trás” (*backtracking*) para explorar vértices que saem do vértice a partir do qual v foi descoberto



BUSCA EM PROFUNDIDADE: ESTRATÉGIA

- Cada vértice é colorido de **branco**, **cinza** ou **preto**
 - todos os vértices são inicialmente **brancos**
 - quando um vértice v é “descoberto” pela primeira vez ele torna-se **cinza** e recebe um marcador de **tempo de descoberta**
 - quando todos os vértices adjacentes a v forem completamente “descobertos”, v torna-se **preto** e recebe um marcador de **tempo de término**



BUSCA EM PROFUNDIDADE: PILHA

- Uso de uma **pilha** para organizar os vértices que devem ser descobertos
 - a cada escolha de caminho a ser percorrido, empilha-se o vértice original e segue-se o caminho
 - cada vez que o caminho acaba, retorna-se ao vértice anterior empilhado

pilha pode ser implementada de forma implícita (via recursão) ou explícita



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXECUÇÃO

- Execução do algoritmo
 - gera uma **árvore de busca em profundidade**
- Classificação das arestas do grafo
 - **arestas de árvore**: arestas que ocorrem na árvore de busca em profundidade
 - **arestas de retorno**: arestas que ligam um nó a um antecessor na árvore
 - **arestas de avanço**: arestas que ligam um nó a um descendente na árvore
 - **arestas de cruzamento**: demais arestas

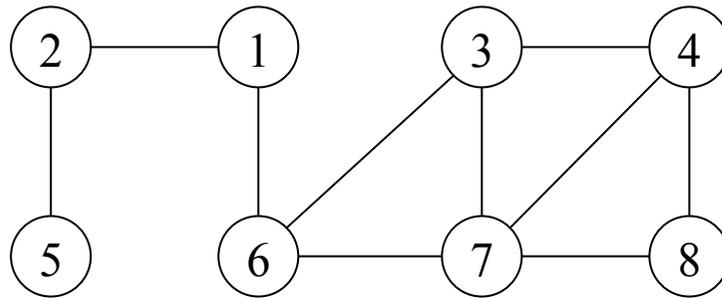


BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXECUÇÃO

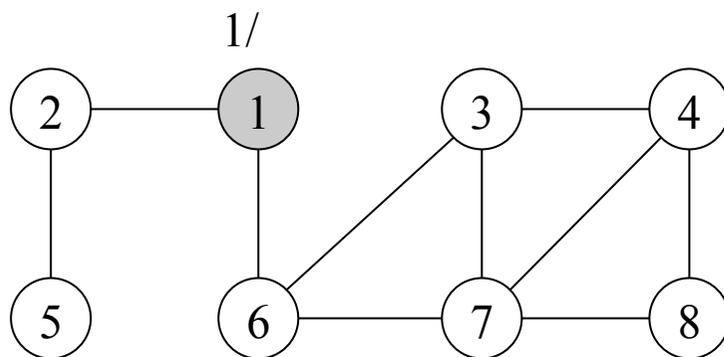
- Cada aresta (u,v)
 - classificada pela **cor do vértice v** alcançado quando a aresta é percorrida pela primeira vez
- Classificação das arestas do grafo
 - **arestas de árvore**: cor de v = branco
 - **arestas de retorno**: cor de v = cinza
 - **arestas de avanço**: cor de v = preto e $\text{tempoDescoberta}(u) < \text{tempoDescoberta}(v)$
 - **arestas de cruzamento**: cor de v = preto e $\text{tempoDescoberta}(u) > \text{tempoDescoberta}(v)$



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



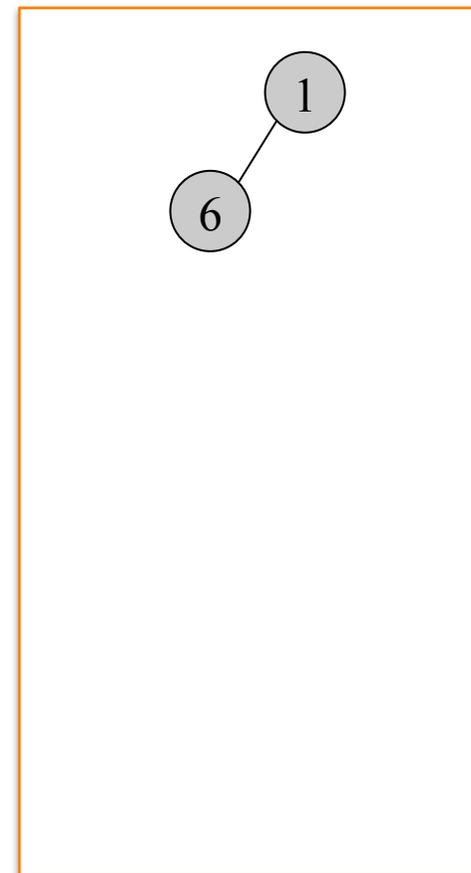
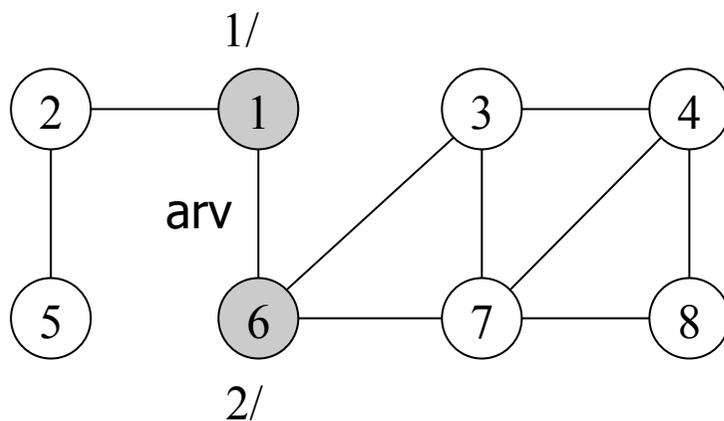
Vértice origem: 1
Tempo de descoberta: 1
Ação: vértice 1 torna-se cinza
Tempo de término: -



árvore de busca
em profundidade



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca
em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 1: 6

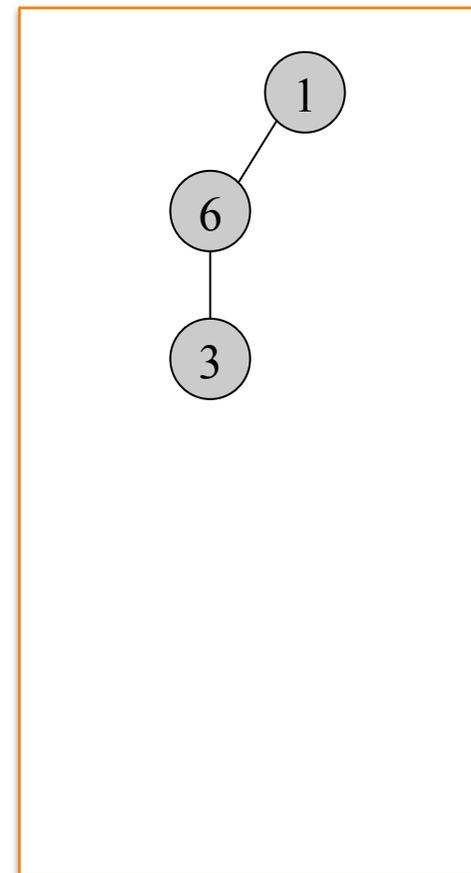
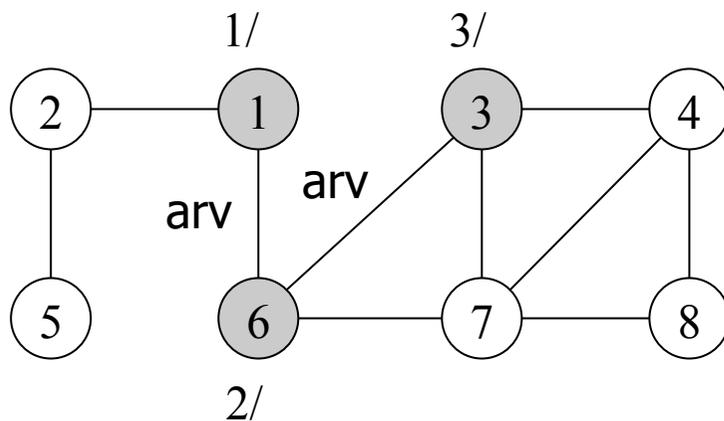
Tempo de descoberta: 2

Ação: vértice 6 torna-se cinza

Tempo de término: -



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1

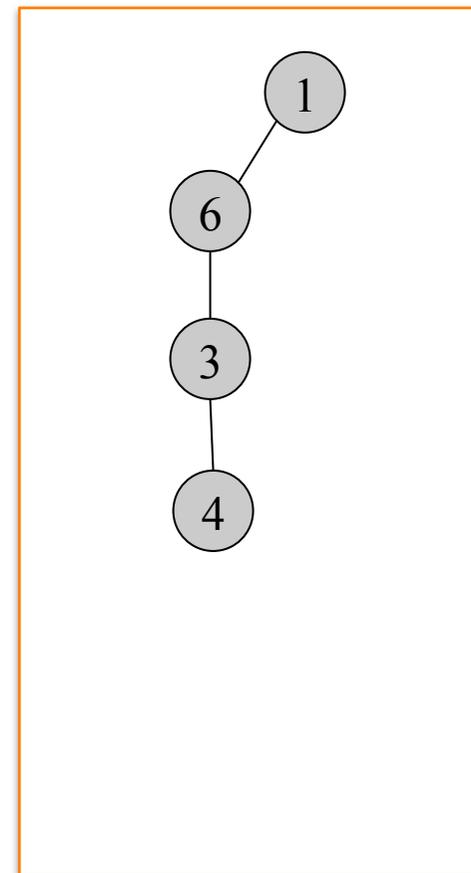
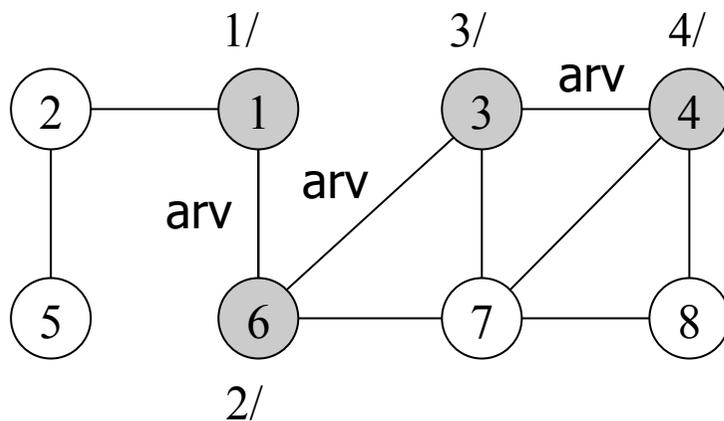


Primeiro vértice não descoberto adjacente a 6: 3
Tempo de descoberta: 3
Ação: vértice 3 torna-se cinza
Tempo de término: -

árvore de busca em profundidade



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



Primeiro vértice não descoberto adjacente a 3: 4

Tempo de descoberta: 4

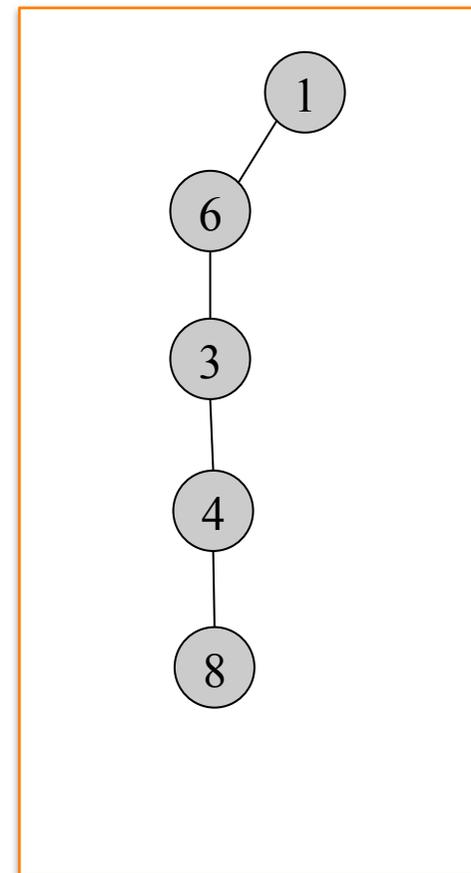
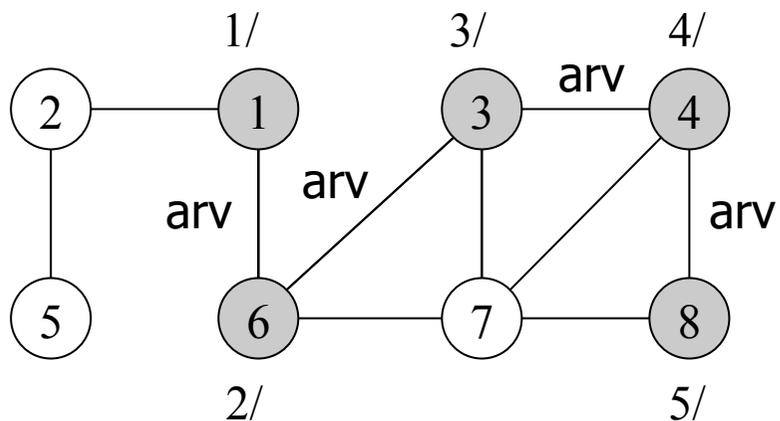
Ação: vértice 4 torna-se cinza

Tempo de término: -

árvore de busca
em profundidade



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1

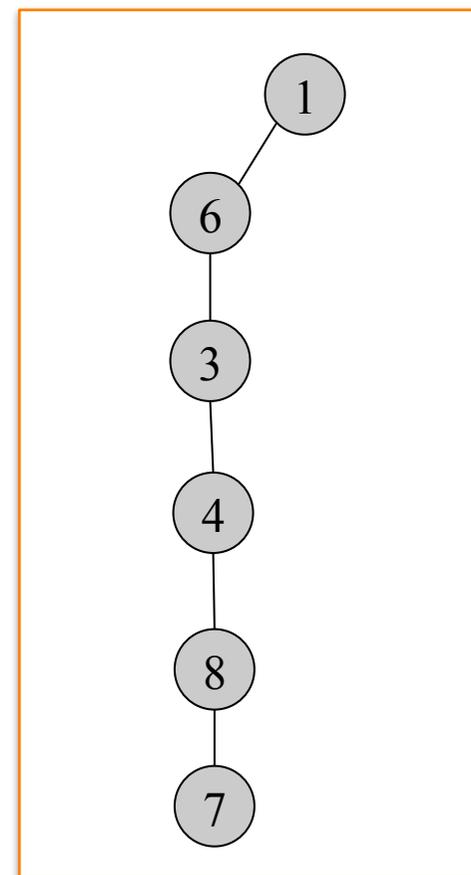
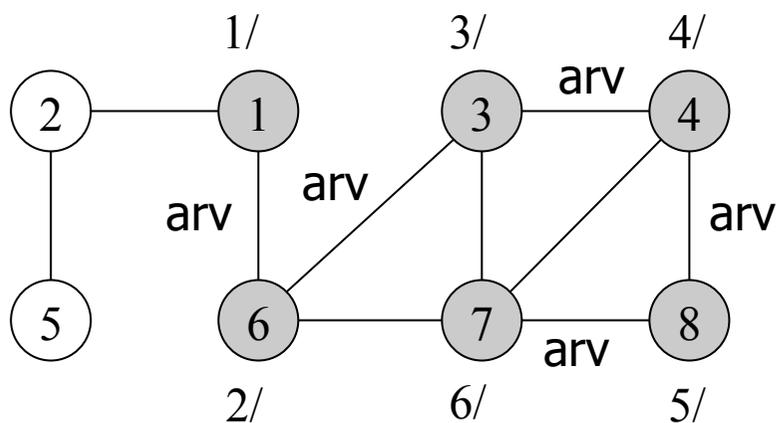


Primeiro vértice não descoberto adjacente a 4: 8
Tempo de descoberta: 5
Ação: vértice 8 torna-se cinza
Tempo de término: -

árvore de busca
em profundidade



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 8: 7

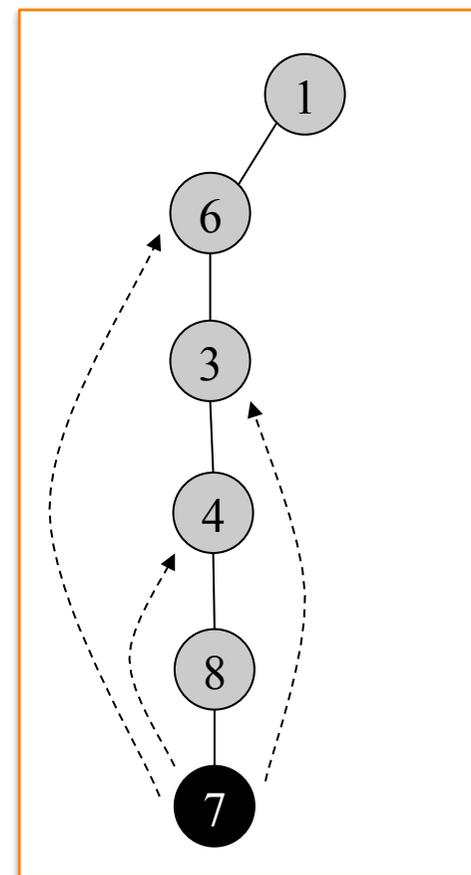
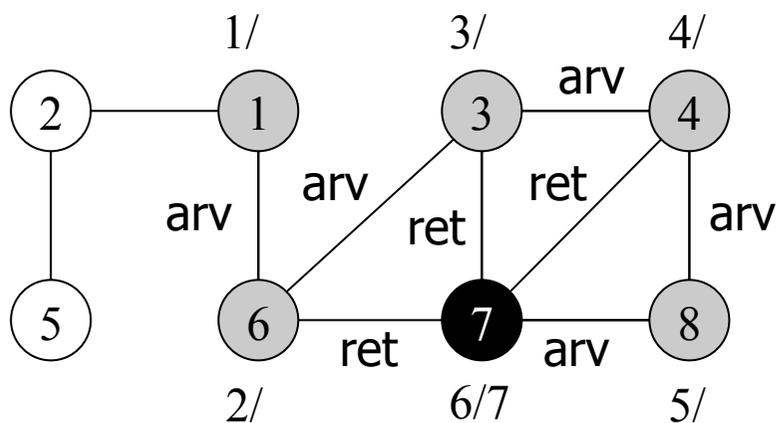
Tempo de descoberta: 6

Ação: vértice 7 torna-se cinza

Tempo de término: -



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 7: nenhum

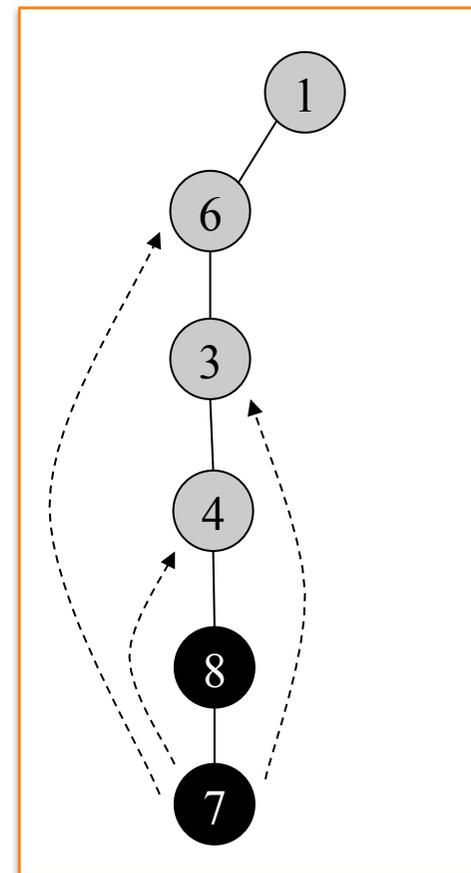
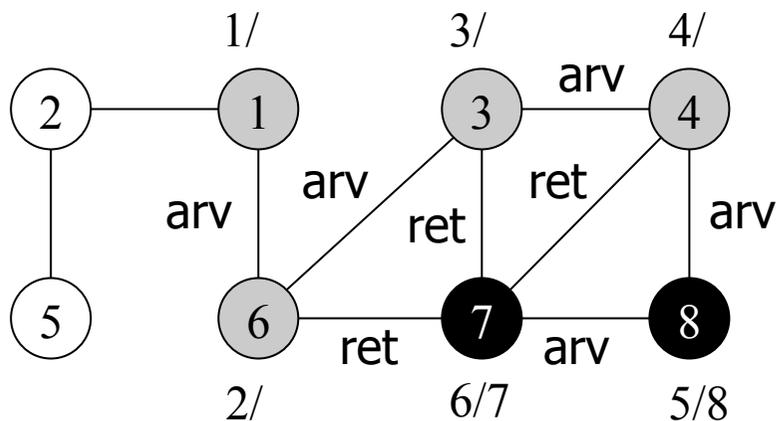
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 7 torna-se preto

Tempo de término: 7



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1

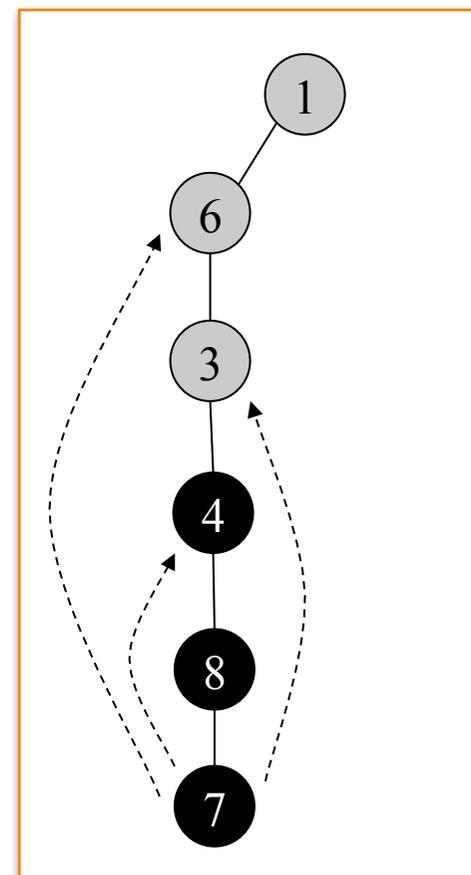
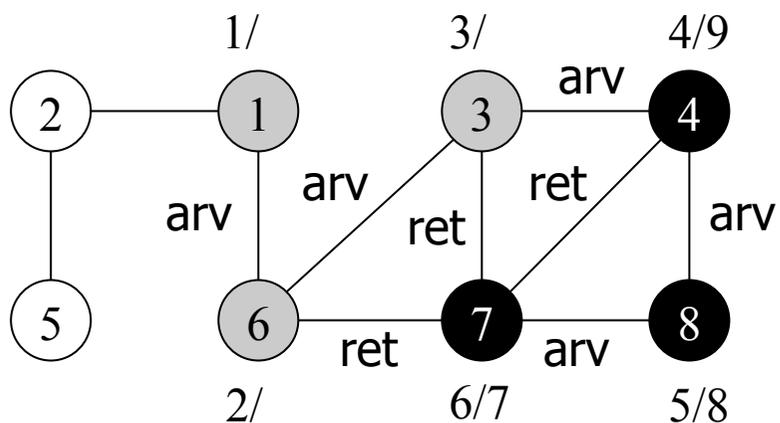


árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 8: nenhum
Tempo de descoberta: -
Ação: vértice 8 torna-se preto
Tempo de término: 8



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1

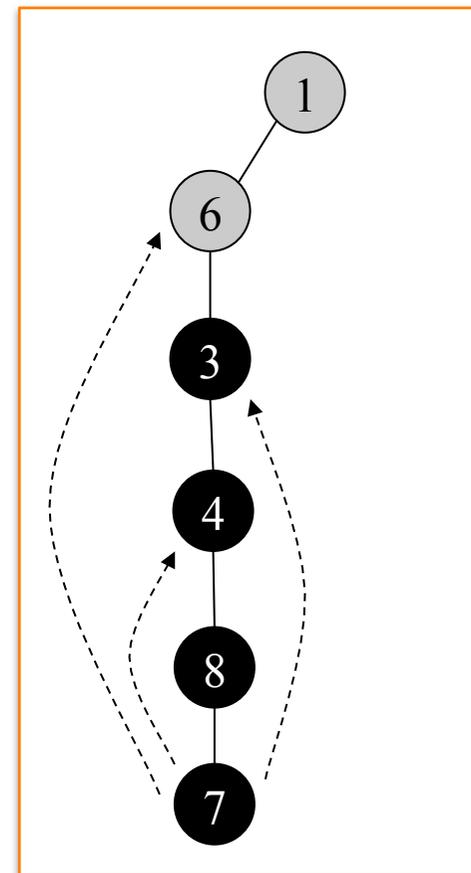
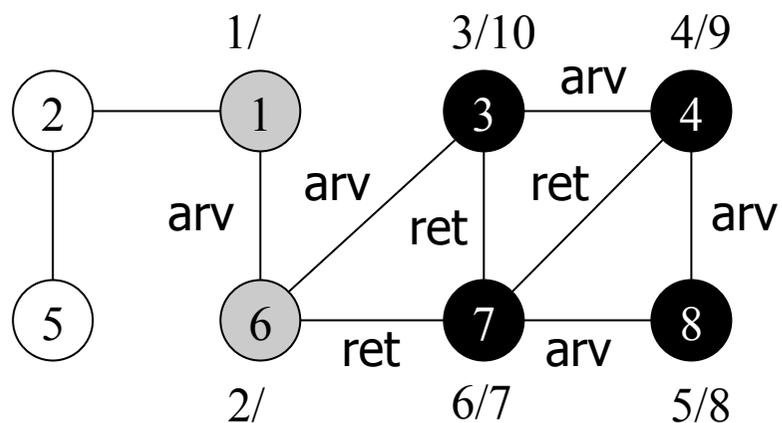


Primeiro vértice não descoberto adjacente a 4: nenhum
Tempo de descoberta: -
Ação: vértice 4 torna-se preto
Tempo de término: 9

árvore de busca em profundidade



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1

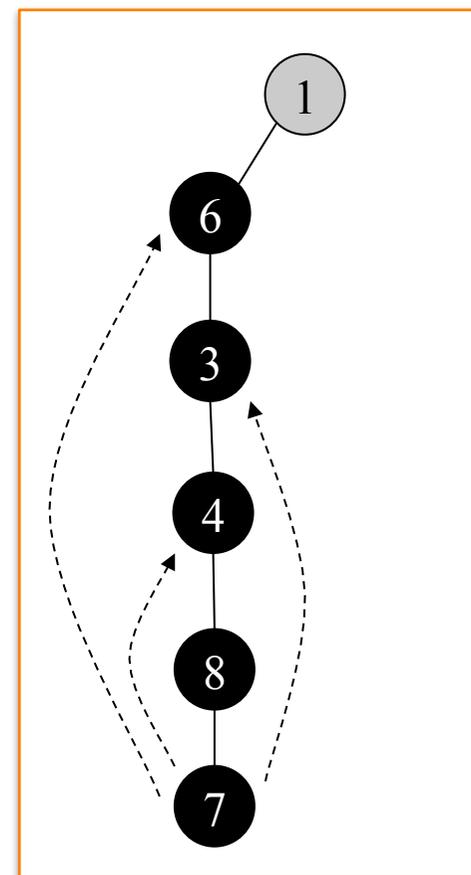
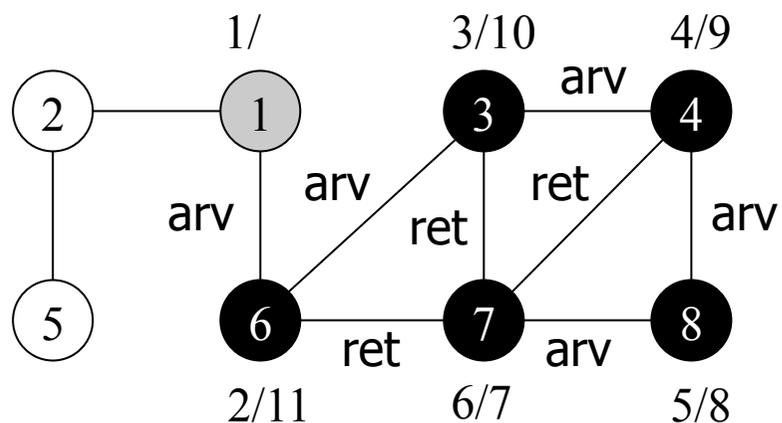


Primeiro vértice não descoberto adjacente a 3: nenhum
Tempo de descoberta: -
Ação: vértice 3 torna-se preto
Tempo de término: 10

árvore de busca
em profundidade



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 6: nenhum

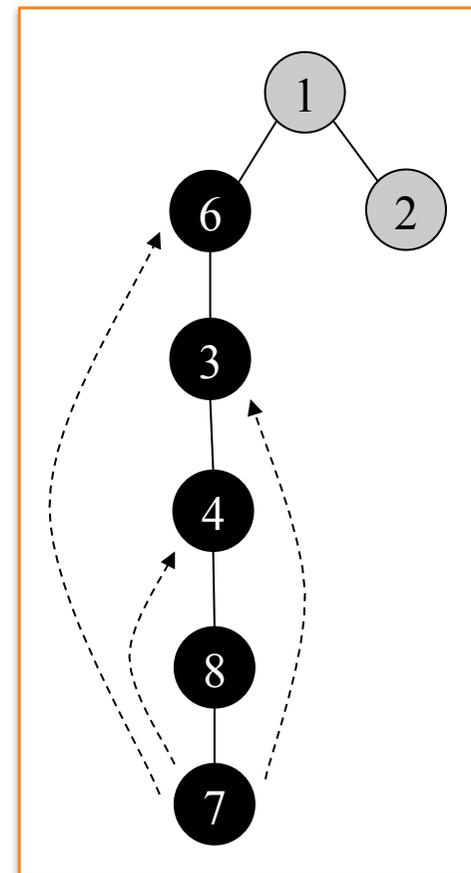
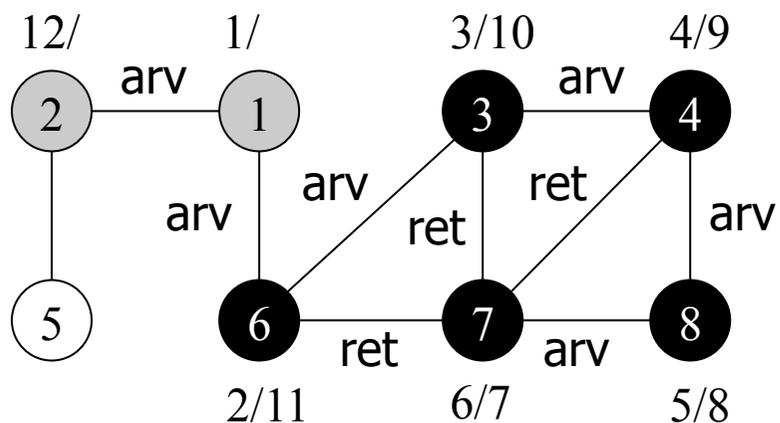
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 6 torna-se preto

Tempo de término: 11



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 1: 2

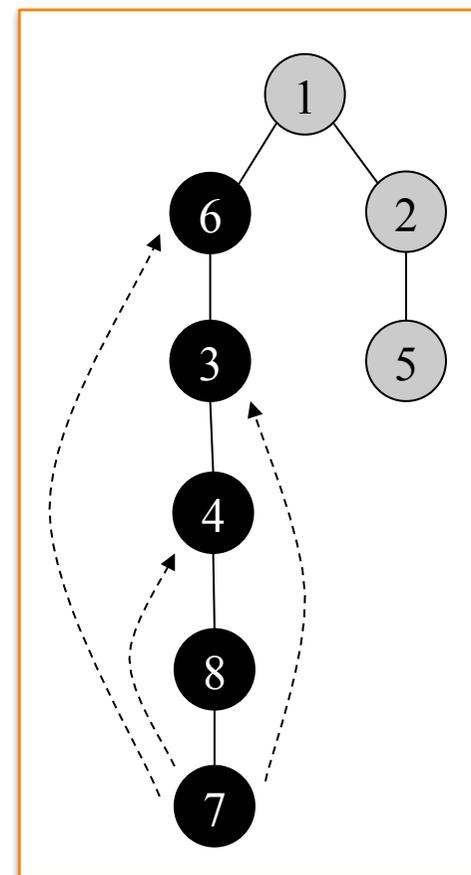
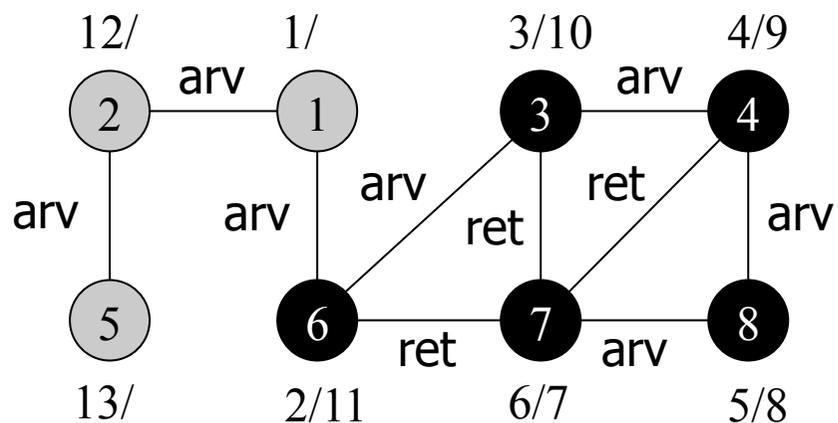
Tempo de descoberta: 12

Ação: vértice 2 torna-se cinza

Tempo de término: -



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 2: 5

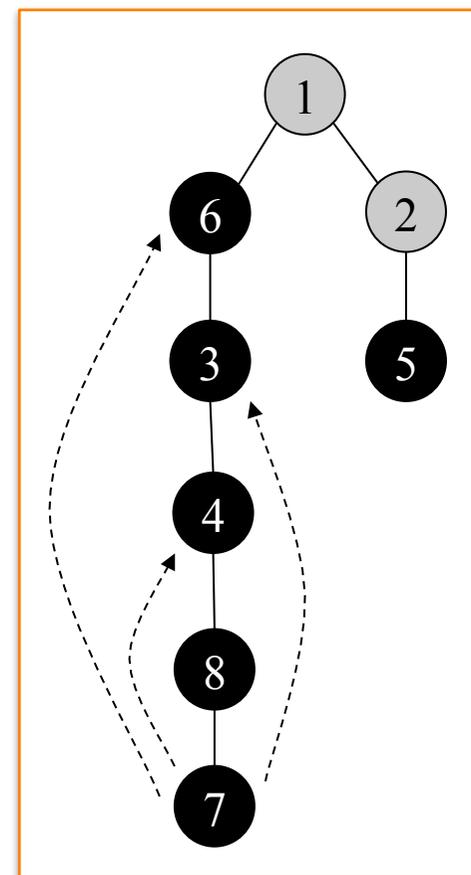
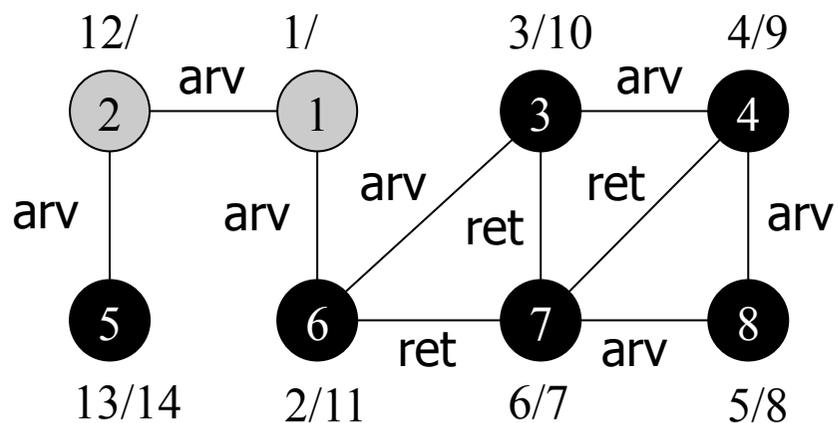
Tempo de descoberta: 13

Ação: vértice 5 torna-se cinza

Tempo de término: -



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 5: nenhum

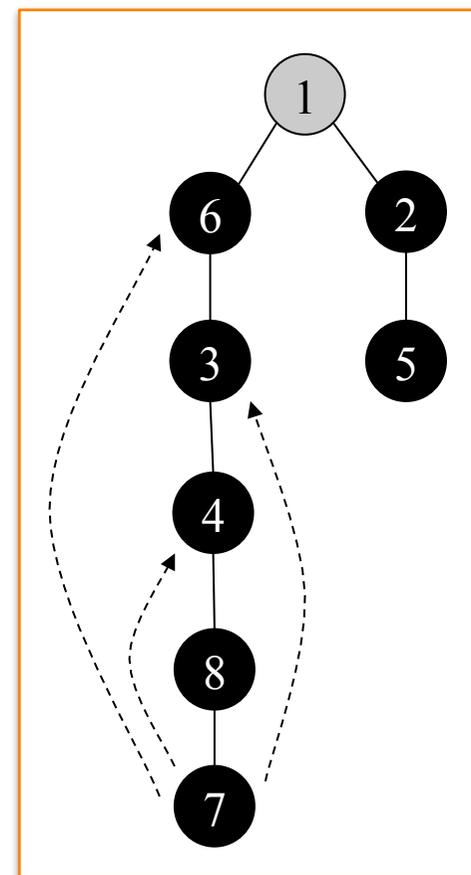
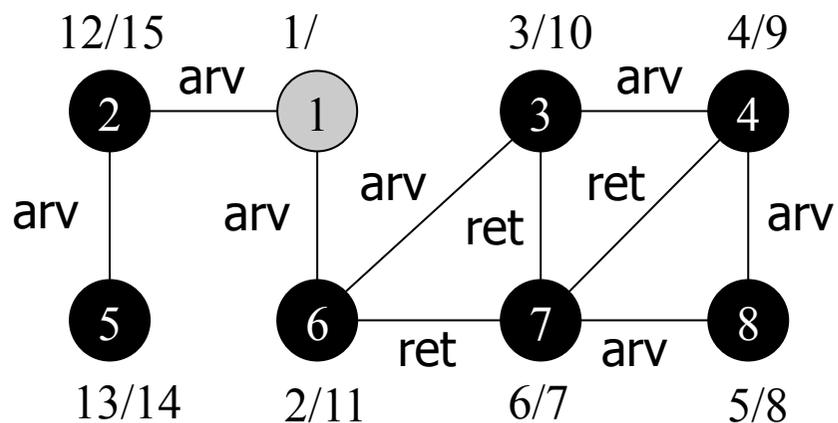
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 5 torna-se preto

Tempo de término: 14



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1

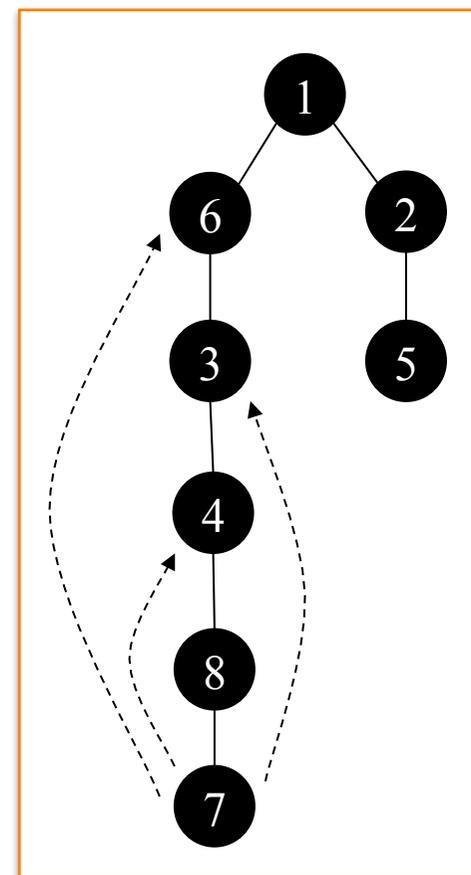
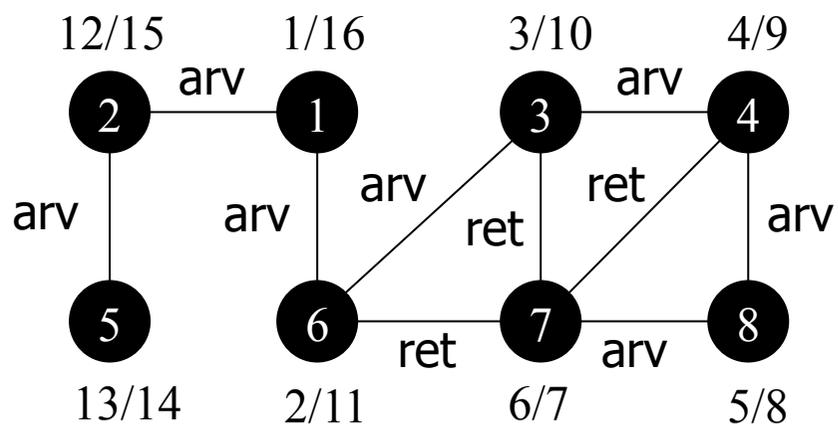


árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 2: nenhum
 Tempo de descoberta: -
 Ação: vértice 2 torna-se preto
 Tempo de término: 15



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 1: nenhum

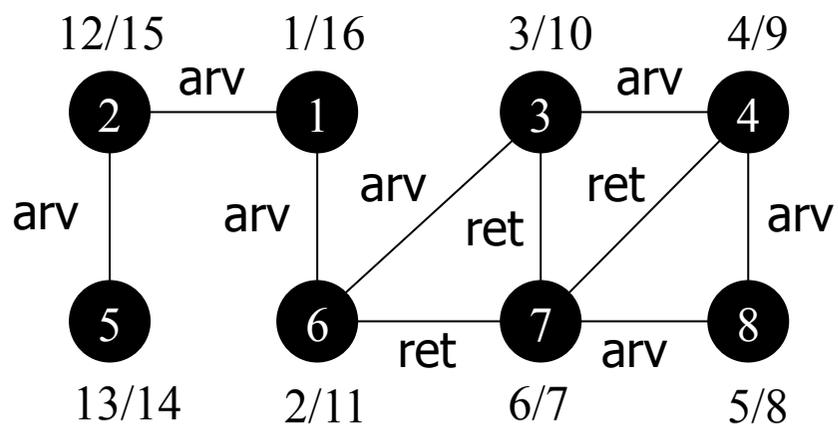
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 1 torna-se preto

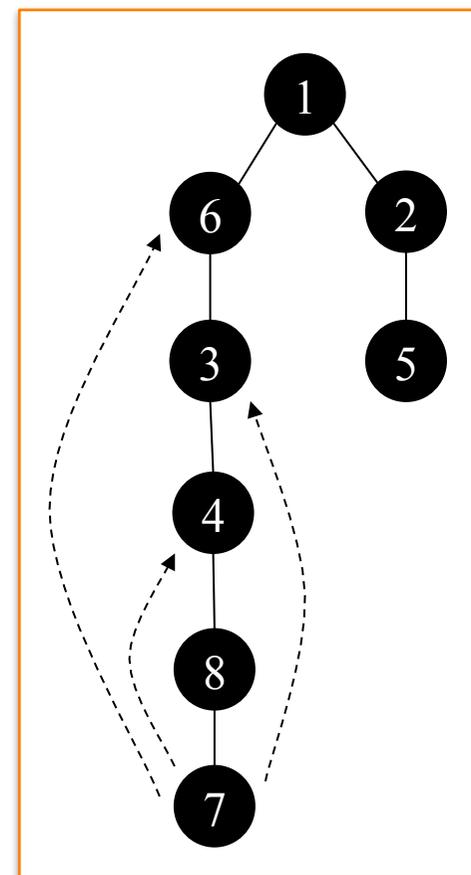
Tempo de término: 16



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 1



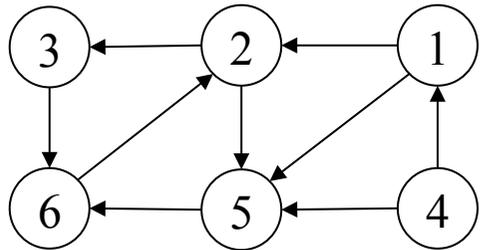
em um grafo não
direcionado, todas as
arestas são de **árvore** ou de
retorno



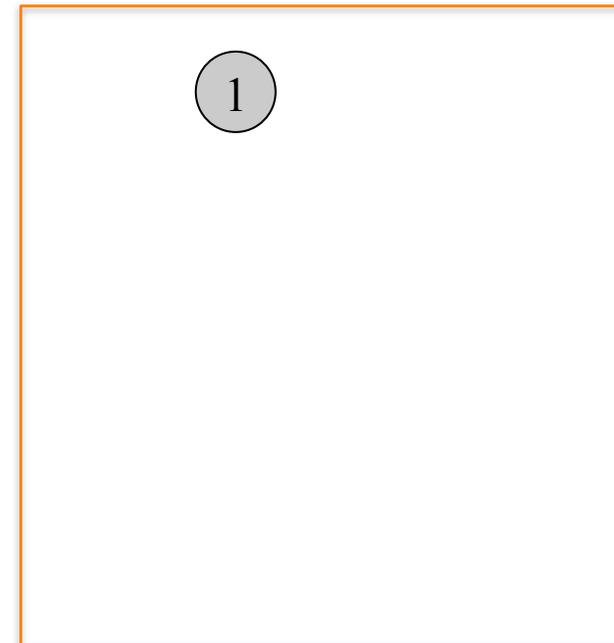
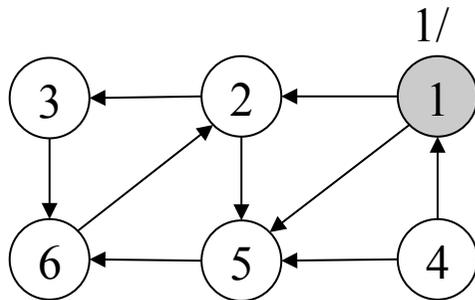
árvore de busca
em profundidade



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2

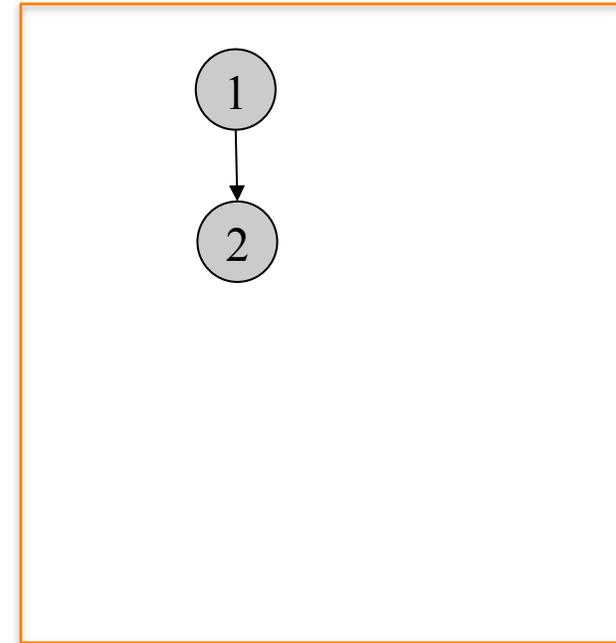
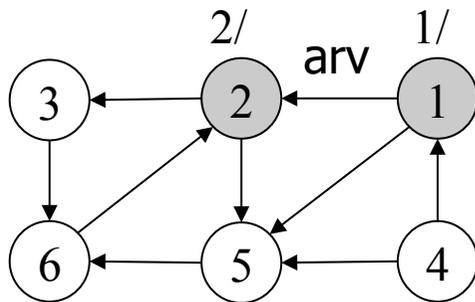


árvore de busca em profundidade

Vértice origem: 1
Tempo de descoberta: 1
Ação: vértice 1 torna-se cinza
Tempo de término: -



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 1: 2

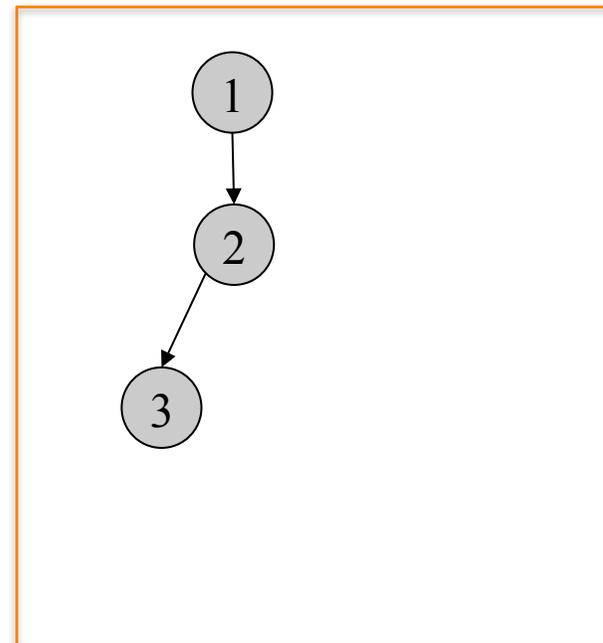
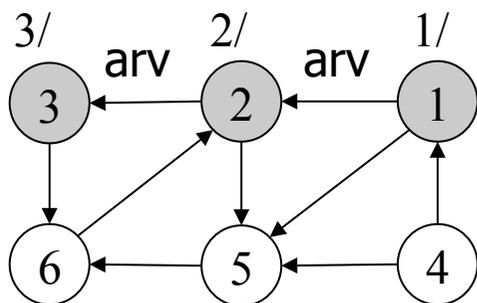
Tempo de descoberta: 2

Ação: vértice 2 torna-se cinza

Tempo de término:



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 2: 3

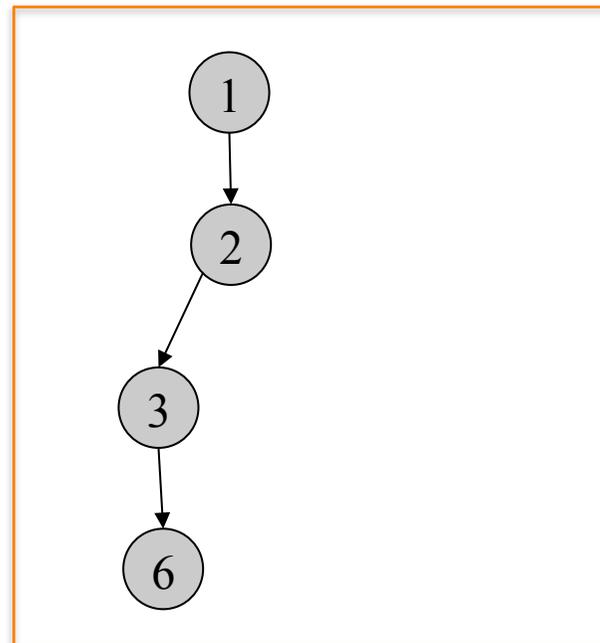
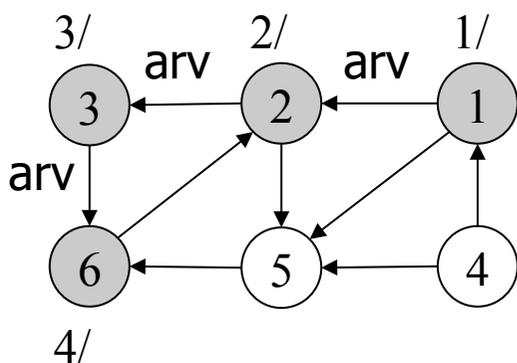
Tempo de descoberta: 3

Ação: vértice 3 torna-se cinza

Tempo de término:



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 3: 6

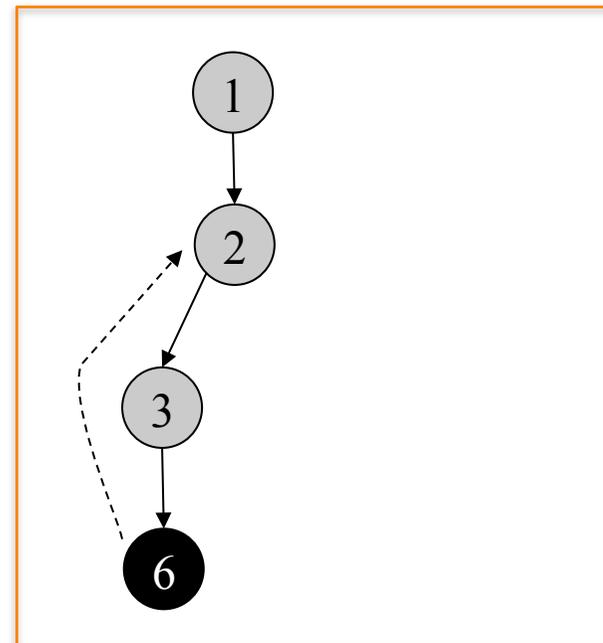
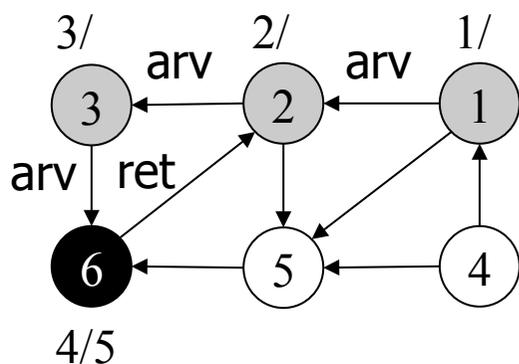
Tempo de descoberta: 4

Ação: vértice 6 torna-se cinza

Tempo de término:



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 6: nenhum

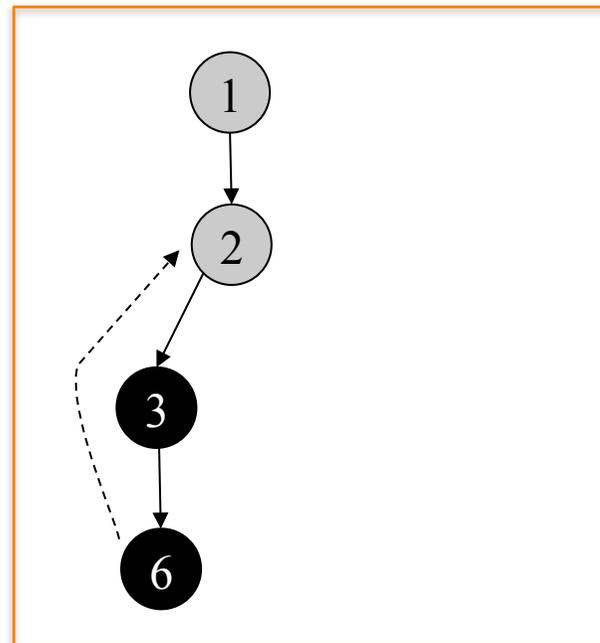
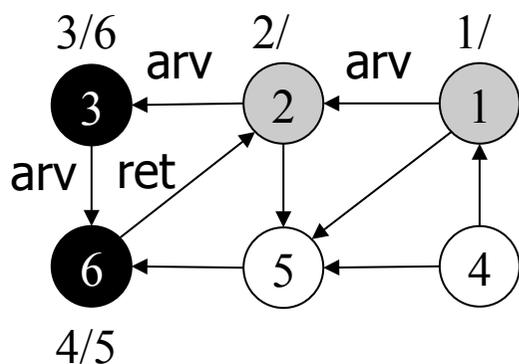
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 6 torna-se preto

Tempo de término: 5



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 3: nenhum

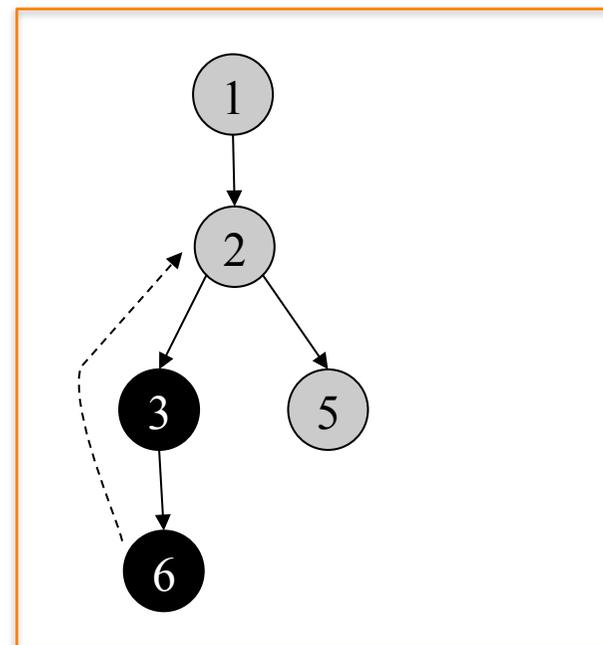
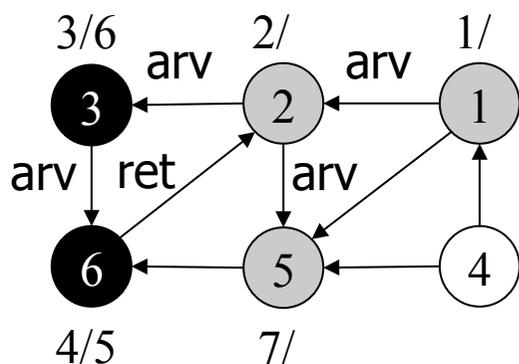
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 3 torna-se preto

Tempo de término: 6



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 2: 5

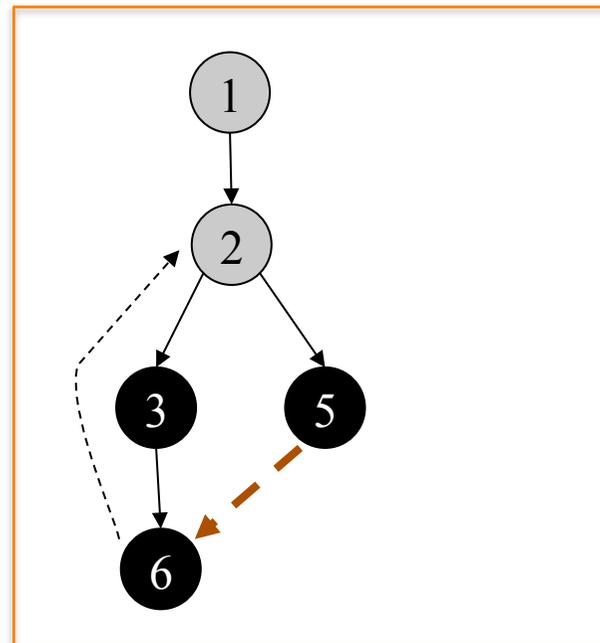
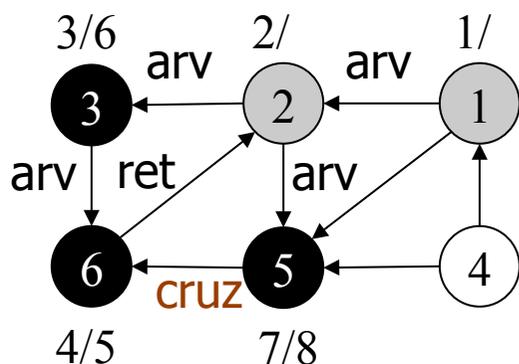
Tempo de descoberta: 7

Ação: vértice 5 torna-se preto

Tempo de término: -



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 5: nenhum

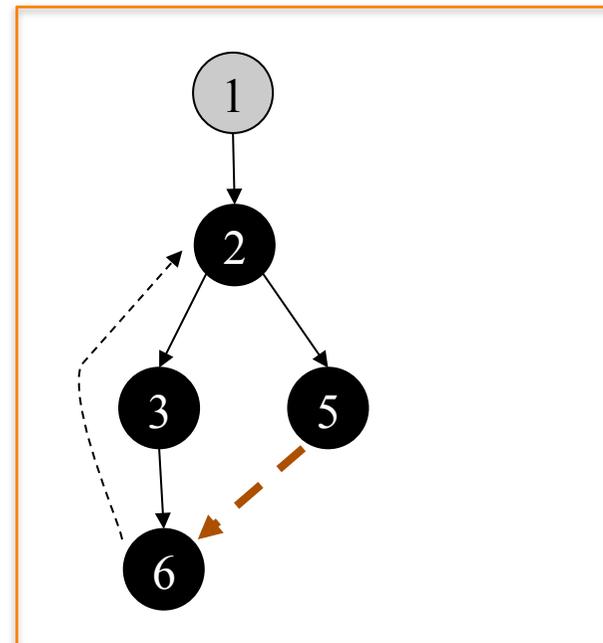
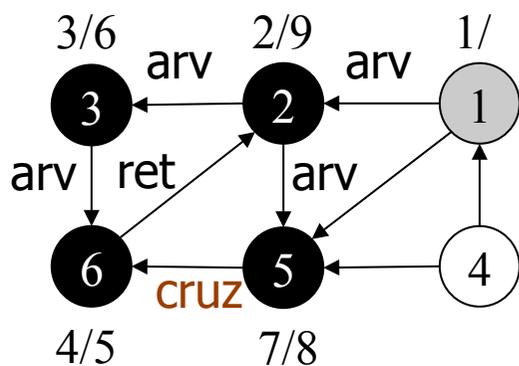
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 5 torna-se preto

Tempo de término: 8



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 2: nenhum

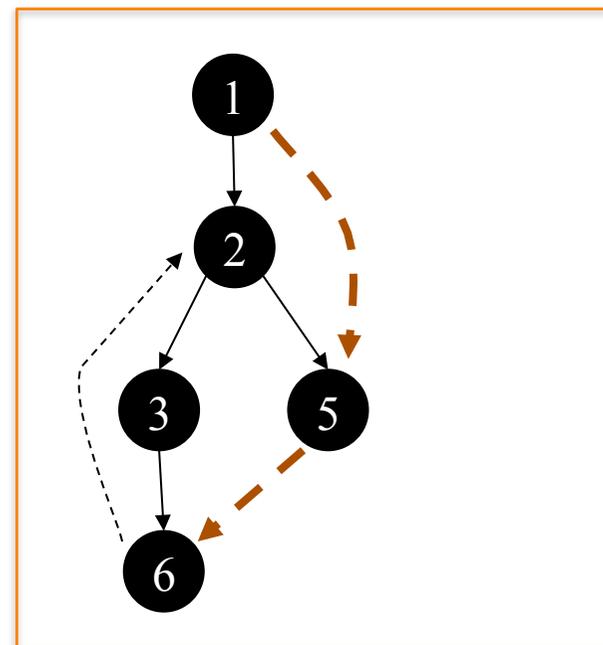
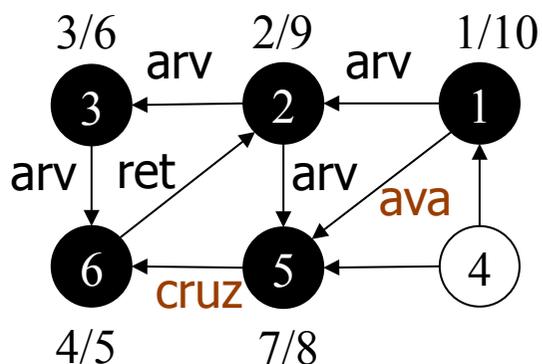
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 2 torna-se preto

Tempo de término: 9



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 1: nenhum

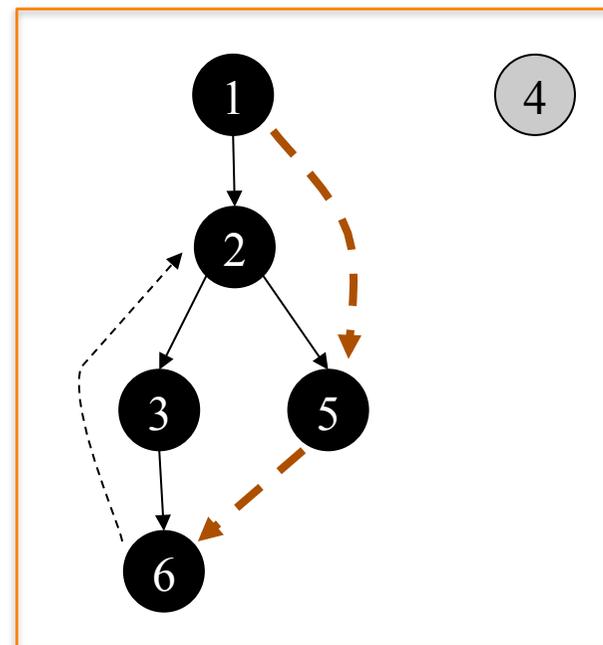
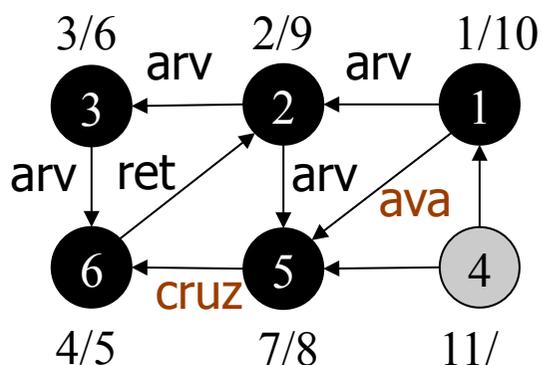
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 1 torna-se preto

Tempo de término: 10



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Vértice origem: 4

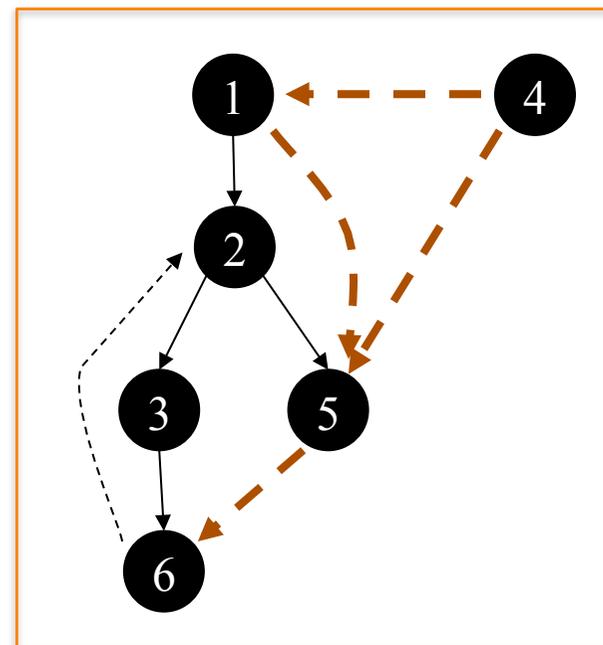
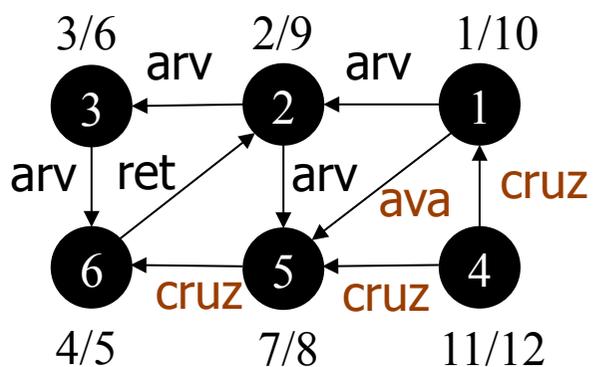
Tempo de descoberta: 11

Ação: vértice 4 torna-se cinza

Tempo de término: -



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



árvore de busca em profundidade

Primeiro vértice não descoberto adjacente a 4: nenhum

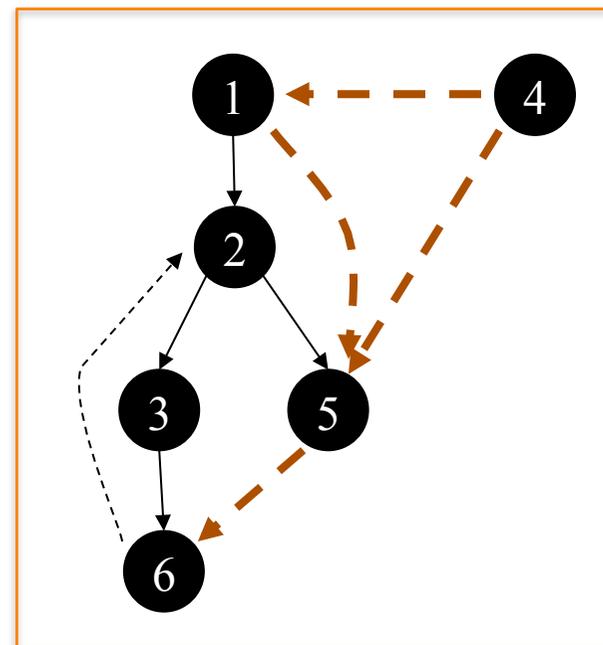
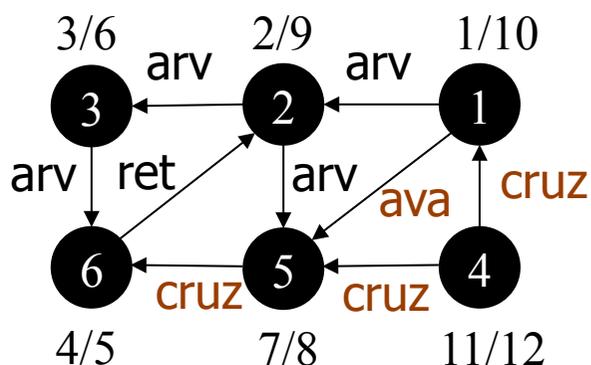
Tempo de descoberta: -

Ação: vértice 4 torna-se preto

Tempo de término: 12



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXEMPLO 2



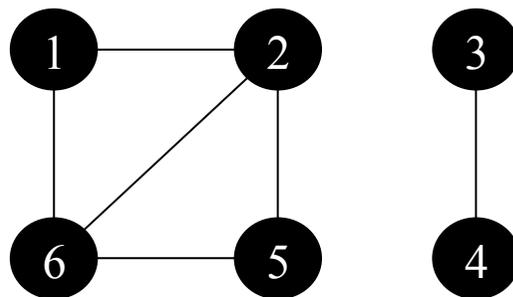
árvore de busca em profundidade

em um grafo direcionado, podem ocorrer ainda arestas de **avanço** e de **cruzamento**



BUSCA EM PROFUNDIDADE: EXECUÇÃO

- Se grafo G não for (fortemente) conectado \Rightarrow busca em profundidade gera uma floresta de árvores de busca.



BUSCA EM PROFUNDIDADE: USO

- O algoritmo é base para outros algoritmos importantes
 - verificação de grafos acíclicos
 - descoberta de caminhos
 - ordenação topológica
 - descoberta de componentes fortemente conectados



Busca em Profundidade: Complexidade

$$O(|V| + |A|)$$

- Característica
 - linear em relação ao tamanho da representação do grafo usando listas de adjacência
- $O(|V|)$
 - cada vértice u torna-se a raiz de uma nova árvore de busca em profundidade apenas uma única vez (visitaDFS)
- $O(|A|)$
 - no visitaDFS, o laço é executado $|\text{adj}[u]|$ vezes, ou seja, $O(|A|)$ no total



BIBLIOGRAFIA

- N. Ziviani. Projeto de Algoritmos, Thomson, 2a. Edição, 2004.
- T. H. Cormen, C. E. Leiserson and R. L. Rivest. Introduction to Algorithms, MIT Press, 2nd Edition, 2001.

