SMA0333 - Cálculo III **Teste 1**

Prof. Sergio H. Monari Soares **26 de março de 2015**

NOME E NÚMERO USP: ______________________________

Questão	Resposta
1. V ou F?	a ( ) b ( ) c ( ) d ( ) e ( )
2.	(a) (b) (c) (d) (e)
3.	(a) (b) (c) (d) (e)
4.	(a) (b) (c) (d) (e)
5.	(a) (b) (c) (d) (e)
6.	(a) (b) (c) (d) (e)
7.	(a) (b) (c) (d) (e)
8.	(a) (b) (c) (d) (e)
9.	(a) (b) (c) (d) (e)
10.	(a) (b) (c) (d) (e)

1 - Transcreva todas as respostas para o quadro acima.

2 - Só serão consideradas as respostas assinaladas neste quadro.

3 - Respostas dúbias ou rasuradas não serão consideradas.

4 - Não é permitido destacar as folhas, consultar colegas, livros e eletrônicos. Todos estes itens levam a retirada monentânea de seu teste.

1. Marque V para verdadeiro e F para falso.

   (a) ( ) Se (x_n) é convergente e (y_n) é divergente então $(x_n + y_n)$ é convergente.

   (b) ( ) Se $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ e $\lim\limits_{n\to\infty} (x_n - y_n) = 0$ então $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = a$.

   (c) ( ) A sequência $\sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \ldots$ diverge.

   (d) ( ) A fim de que uma sequência (x_n) não possua subsequência convergente é necessário e suficiente que $\lim\limits_{n\to\infty} |x_n| = +\infty$.

   (e) ( ) Se (a_n) converge para 0 e (b_n) é limitada então $(a_n b_n)$ converge para 0.

2. Considere as seguintes afirmações

   I – Se $\sum\limits_{n=0}^{\infty} r^n = 3$ então $r = 2/3$.

   II – Não existe $s \in \mathbb{R}$ que satisfaz $\sum\limits_{n=0}^{\infty} s^n = -3$.

   III – Vale que $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-3)^n = 1/4$.

   É correto afirmar que

   (a) As afirmações I e II são verdadeiras.

   (b) As afirmações I e II são falsas.

   (c) A afirmação I é verdadeira e a afirmação II é falsa.

   (d) As afirmações I e III são verdadeiras.

   (e) A afirmação II é falsa e a afirmação III é verdadeira.

3. Considere a série $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}^{2n} x$. Assinale a alternativa correta.

   (a) A série acima diverge para todo $x \in \mathbb{R}$.

   (b) $f(x) = \tan^2 x$, $-\pi/2 < x < \pi/2$.

   (c) $f(x) = \cos x$, $-\pi/2 < x < \pi/2$.

   (d) $f(x) = \cos x$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.

   (e) $f(x) = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

4. A quantidade de números inteiros $k \geq 1$ para os quais ambas as séries

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{kn}}{n} \qquad \text{e} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{10^n}$$

são convergentes é

(a) 0
(b) 1
(c) 3
(d) 5
(e) 7

5. O conjunto dos números reais x tais que a série $\sum_{n=1}^{\infty} n^{x^3-9}$ converge é o intervalo

(a) $(-\infty, 3)$
(b) $(-\infty, 3]$
(c) $(3, +\infty)$
(d) $(2, +\infty)$
(e) $(-\infty, 2)$

6. O maior conjunto dos números reais r tais que a série $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^r}$ diverge é

(a) $(-\infty, 0)$
(b) $(-\infty, 1]$
(c) $(0, 1)$
(d) $[0, 1]$
(e) $\mathbb{R}$

7. Das seguintes séries

$$\text{I. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n} \qquad \text{II. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \sqrt{n}} \qquad \text{III. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\text{IV. } \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2} \qquad \text{V. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{1 + n^2}$$

convergem

(a) somente I.
(b) somente II e III.
(c) somente III e IV.
(d) somente I, II e V.
(e) somente I, IV e V.

8. Considere as afirmações:

   I – Se $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ então a série telescópica $\sum_{n=0}^{\infty}(a_n - a_{n+1})$ é convergente e vale $a_0 - a$.

   II – Se a série telescópica $\sum_{n=0}^{\infty}(a_n - a_{n+1})$ é convergente então $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

   III – Vale que $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+5)} = 1/4$.

   É correto afirmar que:

   (a) Todas as afirmações são verdadeiras.
   (b) As afirmações I e III são falsas.
   (c) A afirmação I é verdadeira e a afirmação II é falsa.
   (d) As afirmações II e III são verdadeiras.
   (e) As afirmações II e III são falsas.

9. Considere as afirmações:

   I – Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ então a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ é convergente.

   II – Se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ e (a_n) é uma sequência decrescente de números reais positivos então a série $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$ é convergente.

   III – A série $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}\ln n}{n}$ é convergente.

   IV – A série $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{n^4+3}$ é divergente.

   É correto afirmar que:

   (a) As afirmações II e III são verdadeiras.
   (b) As afirmações I e III são falsas.
   (c) A afirmação I é verdadeira e a afirmações II, III e IV são falsas.
   (d) As afirmações I, II e III são falsas.
   (e) A afirmação II é falsa e a afirmação I é verdadeira.

10. Quais das seguintes sequências convergem?

$$\text{I. } a_n = n\tan\frac{1}{n} \qquad \text{II. } a_n = (-1)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \qquad \text{III. } a_n = \frac{n+(-1)^n n^2}{n^2+1}$$

   (a) I e II convergem e III diverge.
   (b) I converge e II e III divergem.
   (c) I e II divergem e III converge.
   (d) II converge e I e III divergem.
   (e) I e III convergem e II diverge.