Introdução à Ciência de Computação II - SCC-0501

Prof. João Luís - 16/8/2011

Lista de Exercícios 1

1. Seja a seguinte definição: "Dadas duas funções, $f(n)$ e $g(n)$, diz-se que $f(n)$ é da ordem de $g(n)$ ou que $f(n)$ é $\mathcal{O}(g(n))$, se existirem inteiros positivos a e b tais que $f(n) \leq a{*}g(n)$ para todo $n \geq b$." Verifique se as seguintes proposições estão corretas:

   i. $7 \in \mathcal{O}(n)$
   ii. $n \in \mathcal{O}(1)$
   iii. $n + 7 \in \mathcal{O}(n)$
   iv. $n + 7 \in \mathcal{O}(1)$
   v. $n^2 + 2 \in \mathcal{O}(n)$
   vi. $n + 2 \in \mathcal{O}(n^2)$
   vii. $3n^3 + n \in \mathcal{O}(n^3)$
   viii. $2n^4 \in \mathcal{O}(n^4)$
   ix. $n^4 \in \mathcal{O}(2n^4)$
   x. $3n^4 + 2n^3 \in \mathcal{O}(2n^4)$
   xi. $2n^4 \in \mathcal{O}(3n^4 + 2n^3)$
   xii. $log\ n \in \mathcal{O}(1)$
   xiii. $log\ n + 1 \in \mathcal{O}(log\ n)$
   xiv. $log\ n + 1 \in \mathcal{O}(n)$
   xv. $log\ n + 1 \in \mathcal{O}(n^2)$
   xvi. $log\ n + 1 \in \mathcal{O}(n^3)$
   xvii. $n * log\ n \in \mathcal{O}(1)$
   xviii. $n * log\ n + 1 \in \mathcal{O}(log\ n)$
   xix. $n * log\ n + 1 \in \mathcal{O}(n)$
   xx. $n * log\ n + 1 \in \mathcal{O}(n^2)$
   xxi. $n * log\ n + 1 \in \mathcal{O}(n^3)$
   xxii. $2log\ n \in \mathcal{O}(n * log\ n)$
   xxiii. $3n * log\ n \in \mathcal{O}(log\ n)$
   xxiv. $2n + n \in \mathcal{O}(2^3)$
   xxv. $n^2 \in \mathcal{O}(2^n)$
   xxvi. $100n^4 \in \mathcal{O}(2^n)$
   xxvii. $100n^4 \in \mathcal{O}(n^n)$
   xxviii. $2^n \in \mathcal{O}(100n^4)$

xxix. $2^n \in \mathcal{O}(n^n)$

xxx. $n^n \in \mathcal{O}(2^n)$

xxxi. $n^{100} \in \mathcal{O}(n^n)$

2. Compare as duas funções n^2 e $\frac{2^n}{4}$ para vários valores de n. Determine quando a segunda se torna maior que a primeira.

3. Prove por indução:

   i. $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}, n \geq 1,$

   ii. $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1,$

   iii. $\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{(x^{n+1}-1)}{(x-1)}, x \neq 1, n \geq 0.$

4. Determine os contadores de frequência para todos os comandos nos seguintes dois segmentos de algoritmos:

   i.
```
(1) para i ← 1 até n faça
(2)  para j ← 1 até i faça
(3)    para k ← 1 até j faça
(4)      x ← x + 1;
```

   ii.
```
(1) i ← 1;
(2) enquanto (i ≤ n) faça
(3) {
(4)  x ← x + 1;
(5)  i ← i + 1;
(6) }
```

5. Considere um computador com *clock* de 2GHz, que realiza cada operação relevante em 1 ciclo. Estime, apenas com esses dados, o tempo necessário para que ele execute um algoritmo que realiza $(n^2 - n)/2$ operações relevantes, considerando que há 4M dados de entrada.

6. Idem, usando um algoritmo que realiza n^3 operações relevantes.

7. Idem, usando um algoritmo que realiza 2^n operações relevantes.

8. Idem, usando um algoritmo que realiza n^n operações relevantes.

9. Idem, para um computador com *clock* de 100MHz, ordenando a mesma seqüência, usando um algoritmo que realiza $4/3 * n\ log\ n$ operações relevantes. Analise os resultados.

References

[1] Horowitz, E., Sahni, S. Rajasekaran, S. *Computer Algorithms*, Computer Science Press, 1998.

[2] Nakamiti, G., *Listas de Exercícios de Estruturas de Dados II*, Engenharia de Computação. PUC-Campinas, 2007.

[3] Tenenbaum, A. M., Langsam, Y., Augestein, M. J., *Estruturas de Dados Usando C*. Makron Books, 1995.

 Final da Lista.