

ALGORITMOS E ESTRUTURAS DE DADOS II

GRAFOS – Conceitos Básicos (Parte 2)

Profa. Elaine Parros Machado de Sousa
alterações: Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

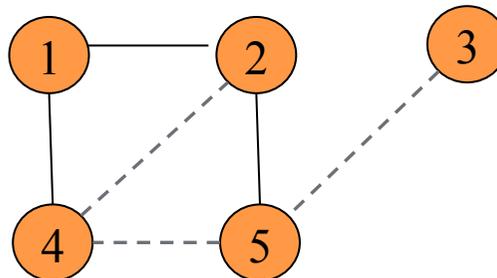
Material baseado em aulas dos professores:
Gustavo Batista, Robson Cordeiro, Moacir Ponti Jr. e
Maria Cristina Oliveira.

DEFINIÇÃO - SUBGRAFOS

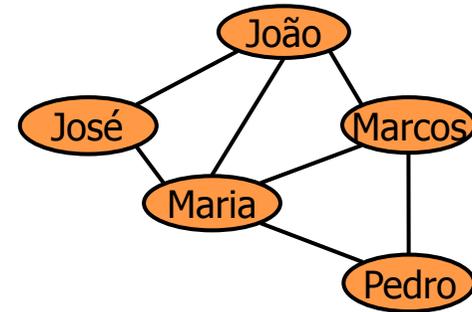
- Um **subgrafo S** de um grafo G é um grafo tal que:
 - os vértices de S são um subconjunto dos vértices de G
 - as arestas de S são um subconjunto das arestas de G



- Um **subgrafo gerador** (*spanning subgraph*) de G é um subgrafo que contém todos os vértices de G .



GRAFO SOBRE AMIZADE

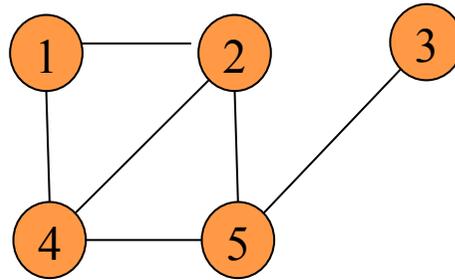


- Existe um caminho de amigos entre quaisquer duas pessoas no mundo?
 - Teoria da separação por até “seis graus”.
 - **Grafo conexo** ou **conectado** \Rightarrow existe um caminho entre quaisquer dois vértices.
 - **Componente conexo** \Rightarrow parte conectada de um grafo não conexo.
 - **Grafo completo** \Rightarrow grafo simples em que cada vértice está conectado a todos os outros

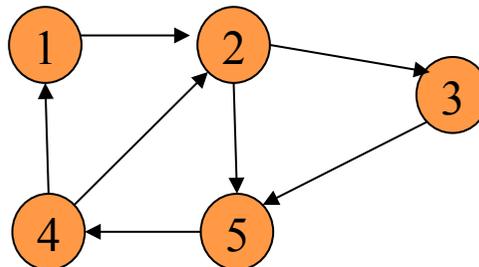


DEFINIÇÃO – GRAFO CONEXO

- Um grafo G é **conexo** se para quaisquer dois vértices distintos u e v existe um caminho de u a v .

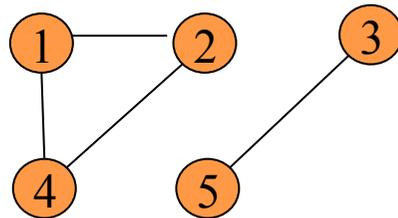


- Um **dígrafo** G é **fortemente conexo** se para quaisquer dois vértices distintos u e v , v é **alcançável** a partir de u e vice-versa.



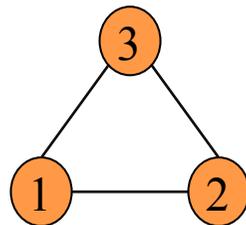
DEFINIÇÕES

- Um **componente conexo** de um grafo **G** é um **subgrafo conexo** de **G**

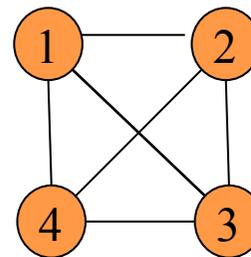


grafo não conexo
com 2 componentes conexos

- Um **grafo completo** **G** é um grafo simples em que quaisquer dois de seus vértices distintos são adjacentes.
 - Existe um único grafo completo com **n** vértices, denotado **K_n** .



K_3

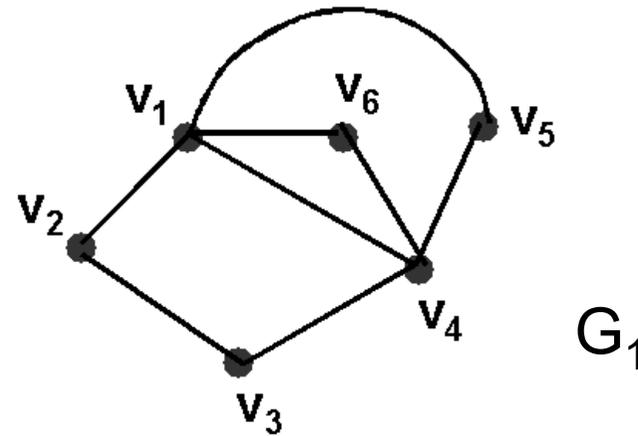


K_4

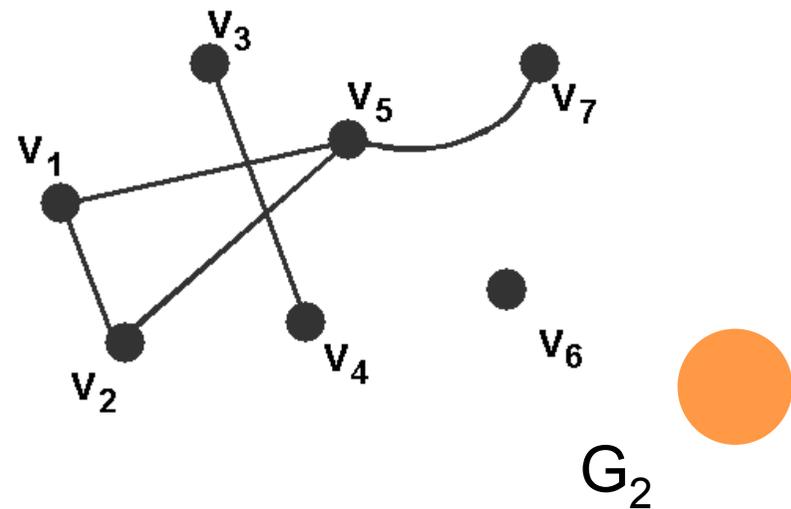


EXERCÍCIO

G_1 é um grafo **conexo** ?

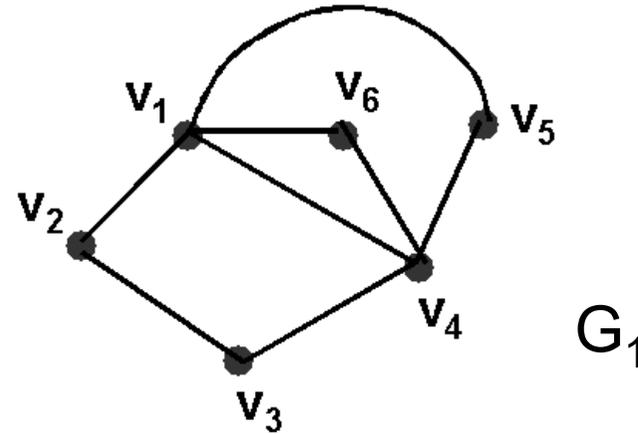


G_2 é um grafo **conexo** ?

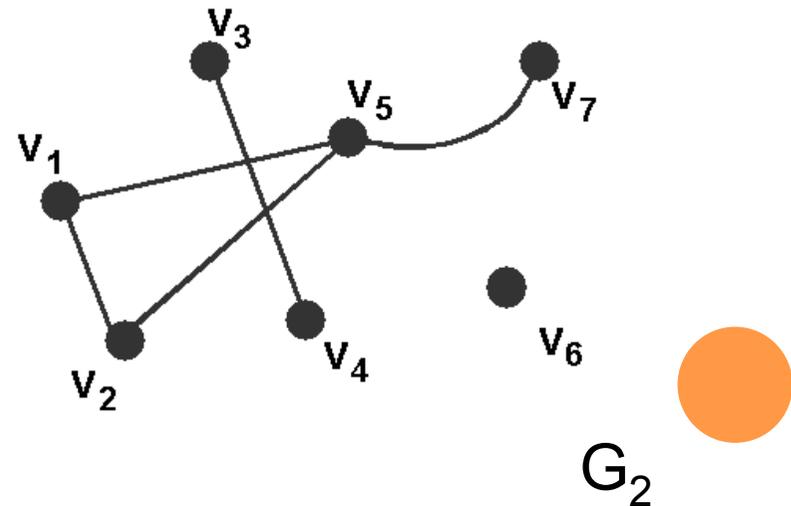


EXERCÍCIO

G_1 é um grafo **conexo** ? **SIM**

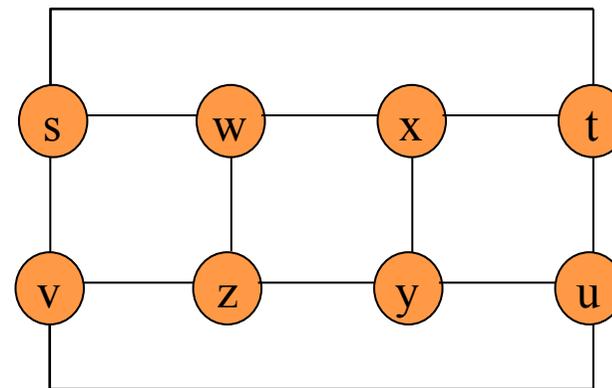
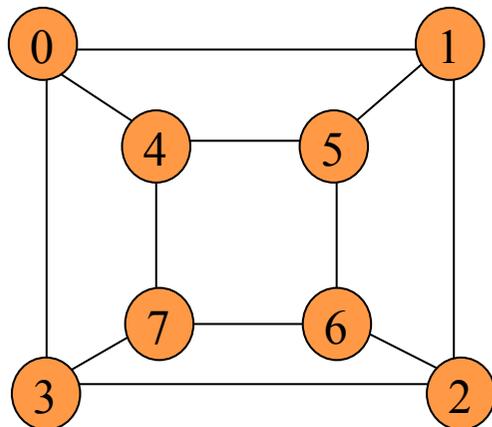


G_2 é um grafo **conexo** ? **NÃO**
desconexo



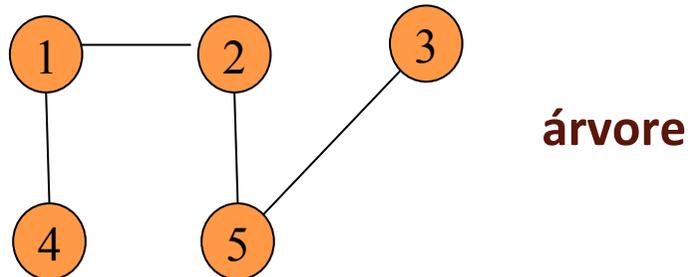
DEFINIÇÃO – GRAFOS ISOMORFOS

- Dois grafos $G = (V, A)$ e $G' = (V', A')$ são **isomorfos** se existe correspondência entre os seus vértices e arestas de forma a preservar a relação de incidência, ou seja:
 - $|V| = |V'|$ e
 - $|A| = |A'|$ e
 - existe uma função unívoca $f : V \rightarrow V'$, tal que $(x,y) \in A$ se e somente se $(f(x),f(y)) \in A'$



DEFINIÇÕES – ÁRVORE E FLORESTA

- Uma **árvore** é um **grafo conexo acíclico**.

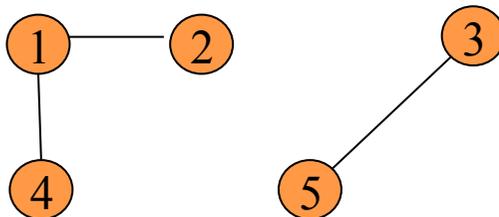


- Uma **floresta** é um **grafo acíclico**.

=> toda árvore é uma floresta

=> a recíproca é verdadeira?

=> os componentes conexos de uma floresta são árvores.

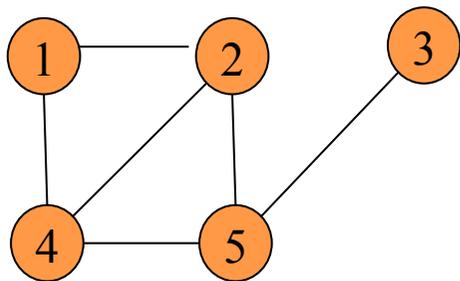


floresta com 2 árvores

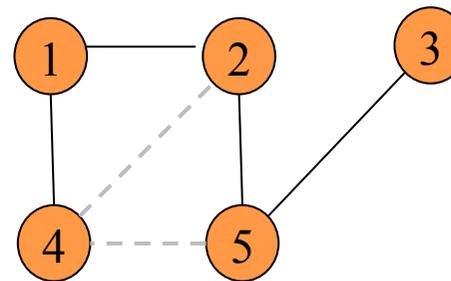


DEFINIÇÕES – ÁRVORE E FLORESTA

- Uma **árvore geradora** (*spanning tree*) de um grafo conexo é um **subgrafo gerador** que é uma **árvore**.
 - pode haver mais de uma árvore geradora (a menos que o grafo seja uma árvore)
 - a **árvore geradora mínima** (*minimum spanning tree*) é a árvore geradora com **menor soma de pesos** de arestas



grafo



árvore geradora

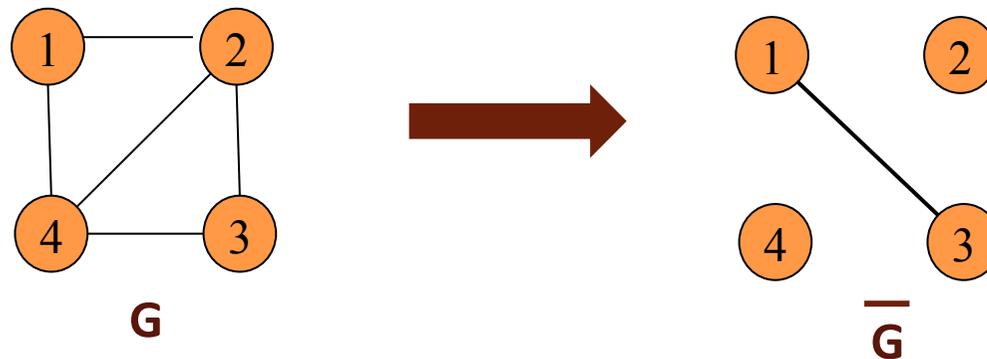
exemplo de aplicação?

- Uma **floresta geradora** de um grafo é um **subgrafo gerador** que é uma **floresta**



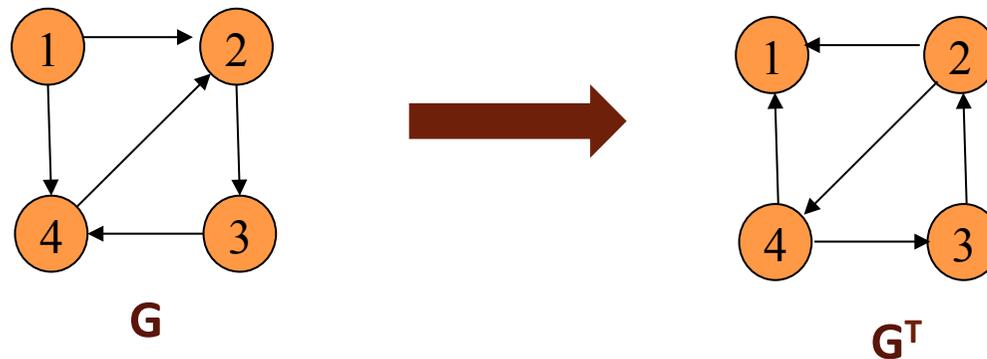
DEFINIÇÃO - COMPLEMENTO

- O **complemento** \bar{G} de um grafo **não direcionado** G é o grafo obtido a partir de:
 - todos os vértices de G
 - conectados apenas com arestas **não existentes** em G



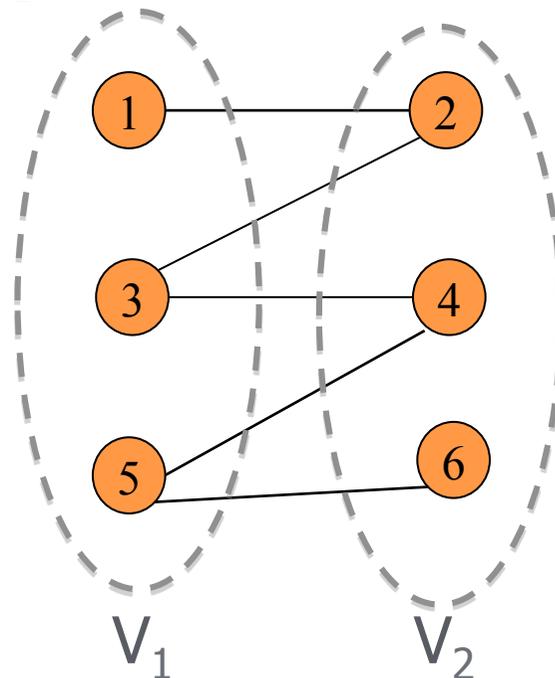
DEFINIÇÃO – GRAFO TRANSPOSTO

- O grafo **transposto** G^T de um grafo **direcionado** G é o grafo obtido a partir de G com todas as **arestas em direções opostas**:



DEFINIÇÃO – GRAFO BIPARTIDO

- O grafo **bipartido** é grafo **não direcionado** $G(V,A)$ no qual V pode ser dividido em dois subconjuntos V_1 e V_2 tal que para toda aresta $(x,y) \in A$:
 - $x \in V_1$ e $y \in V_2$, ou
 - $y \in V_1$ e $x \in V_2$



exemplo de
aplicação?



BIBLIOGRAFIA

- N. Ziviani. Projeto de Algoritmos, Thomson, 2a. Edição, 2004.
- Y. Langsam, M. J. Augenstein and A. M. Tenenbaum. Data Structures Using C and C++, Prentice Hall, 2a Edição, 1996.
- T. H. Cormen, C. E. Leiserson and R. L. Rivest. Introduction to Algorithms, MIT Press, 2nd Edition, 2001.

