SME0100 – Primeiro Projeto – Zeros de Funções de Uma Variável

Data de Entrega: 08/10/2010

Instruções para Entrega

- Não serão dadas notas para trabalhos desacompanhados de um relatório detalhando as implementações e os resultados;
- O relatório pode ser feito à mão, mas neste caso o aluno deverá digitalizar o mesmo pois ele deverá ser enviado por e-mail;
- O relatório deve ser enviado no formato .pdf. Quaisquer outros formatos de arquivo (.doc, .docx, .rtf, .htm, .xls, .odt, .ods, etc.) serão desconsiderados;
- As implementações devem ser fornecidas em arquivos texto comentados e com as extensões .c e .h, c++ ou pascal;
- Todos os elementos do trabalho (relatório e implementações) devem ser enviado ao e-mail `psartori@icmc.usp.br` em um único arquivo compactado;
- O nome do arquivo deve conter o nome e um sobrenome dos componentes do grupo separados por "_" mais a extensão descritiva do tipo de arquivo. Por exemplo: `marcosFernando_JoseCabral.tar.gz` ou `marcosFernando_JoseCabral.zip`;
- O trabalho pode ser feito em grupos de dois ou três alunos;
- Para cada dia de atraso a nota será dividida por dois. O horário de entrega será dado pelo momento da recepção do e-mail pelo servidor da USP;
- Casos omissos nessas instruções serão resolvidos pelo Professor responsável pela disciplina em conjunto com o Monitor.

1 Introdução

1.1 Métodos de Ordem Elevada Para Raízes de Funções

O d-ésimo método de Householder é dado por:

$$x_{k+1} = x_k + d\frac{(1/f)^{(d-1)(x_k)}}{(1/f)^{(d)}(x_k)},$$

onde $g^{(d)}$ é a derivada de ordem d da função g. Isto é, $(1/f)^{(d)}$ é a d-ésima derivada de $1/f$. O d-ésimo método de Householder tem, sob condições favoráveis, ordem de convergência $p = d + 1$.

2 Questões

2.1 Método de Newton

Mostre que o método de Householder com $d = 1$ é o método de Newton.

2.2 Método de Halley

Mostre que o método de Householder com $d = 2$ é dado pela fórmula:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)f'(x_k)}{f'(x_k)^2 - \frac{1}{2}f(x_k)f''(x_k)}.$$

Este método é conhecido como método de Halley em homenagem ao seu inventor, o descobridor do cometa que leva o seu nome. Note que se $f''(x^*) = 0$ as iterações do método se aproximam das iterações do método de Newton.

2.3 Implementações

Implemente os seguintes métodos para aproximação de raízes: bissecção, secante, Newton e Halley.

Atenção! Implemente seus métodos de forma eficiente. Avaliações desnecessárias de f causarão descontos.

2.4 Uso das Implementações

Encontre utilizando todas as implementações e com uma tolerância absoluta $|x_k - x_{k-1}|$ da ordem de 10^{-15} a menor raiz positiva de cada uma das seguintes equações:

1. $\dfrac{x}{2} - \tan(x) = 0$;
2. $2\cos(x) - e^{x/2} = 0$;

3. $x^5 - 6 = 0$.

No relatório deve constar a aproximação inicial x_0 (ou a e b para a bissecção e x_0 e x_1 para a secante) o número de iterações e a solução com 15 casas decimais.

2.5 Estimativa da Ordem de Convergência

Utilize a fórmula

$$p \approx \frac{\log \frac{|x_{k+1} - x^*|}{|x_k - x^*|}}{\log \frac{|x_k - x^*|}{|x_{k-1} - x^*|}}$$

para estimar a ordem de convergência dos métodos da secante, de Newton e de Halley quando aplicados à solução da equação 1.