

ICMC – USP
SME 0802 – Inferência I – 2013/1
Mais alguns exercícios

1. Considere $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} P_\theta$, em que $P_\theta(X_i = -1) = P_\theta(X_i = 1) = (1 - \theta)/2$ e $P_\theta(X_i = 0) = \theta$, $i = 1, \dots, n$, e $\Theta = (0, 1)$. Apresente um estimador consistente¹ para θ .
2. Considere $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{Bernoulli}(\theta)$, $0 < \theta < 1$.

- (a) Apresente um estimador consistente para a chance de sucesso, dada por $\theta/(1 - \theta)$.
- (b) Com base nas observações

1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1

apresente uma estimativa para a chance de sucesso.

3. Os diâmetros de esferas metálicas (em mm) seguem uma distribuição **normal**(μ, σ^2).
- (a) A partir de uma amostra aleatória de tamanho n de medições dos diâmetros, apresente dois estimadores consistentes para a área média da superfície da esfera.
- (b) Com base nas observações
- 12,2 12,5 12,1 13,8 11,0 16,0 11,6 13,6 12,6 4,2 9,3 11,9 9,8 15,2
- apresente estimativas da área média da superfície da esfera.

4. Sejam $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{uniforme}((0, \theta))$. Prove que $X_{(n)} = \max_{i=1, \dots, n} X_i$ é um estimador consistente para θ . É não viesado?
5. Sejam $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{exponencial}(\lambda)$ e $X_{(1)} = \min_{i=1, \dots, n} X_i$. Prove que $n X_{(1)}$ é um estimador não viesado de $E(X_1) = 1/\lambda$. É consistente?
6. X_1, \dots, X_n é uma amostra aleatória de uma população **normal**(μ, σ^2), em que $\mu > 0$.

- (a) Apresente dois estimadores consistentes para o coeficiente de variação (ou desvio padrão relativo), dado por σ/μ .
- (b) Com base nas observações do item 3b, apresente estimativas do coeficiente de variação.

7. O número de defeitos (manchas) por metro em rolos de tecidos segue uma distribuição **Poisson**(θ), $\theta > 0$. É coletada uma amostra aleatória de tamanho n de contagens de defeitos em peças de 1m de tecido.
- (a) Apresente dois estimadores consistentes para a probabilidade de que seja observado exatamente um defeito em uma peça de 1m, sendo que um dos estimadores deve ser não viesado.
- (b) Com base nas observações
- 2 1 0 0 1 0 3 0 0 0 2 1 0 1 2 0 1 0 2 0 3 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0
- apresente estimativas da probabilidade do item 7a.

¹“Estimador consistente” refere-se a uma sequência de estimadores consistente.