

Estrutura de
Problemas de
Otimização
Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia
Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências

Análise da Estrutura de Problemas de Otimização por meio de Modelos em Grafos: Evidências da Hipótese de *Building-Blocks*

Jean Martins,
jean@icmc.usp.br

Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e Computação

São Carlos/SP, 16 de junho de 2011.

Sumário I

Estrutura de
Problemas de
Otimização

Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação

Hipótese de
Building-blocks

Metodologia

Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências

1 Estrutura de Problemas de Otimização
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

2 Motivação
Hipótese de Building-blocks

3 Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

4 Resultados e Conclusões

Problemas de Otimização

Estrutura de
Problemas de
Otimização

**Problemas de
Otimização**
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia
Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

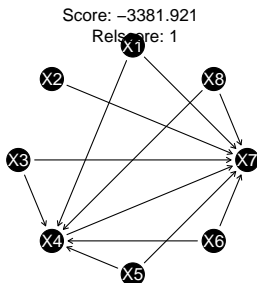
Referências

Um Problema de Otimização (PO) pode ser representado por um vetor x com l (ou seja, $x \in R^l$), e uma função objetivo $f(x)$ [Michiels et al., 2007, Papadimitriou and Steiglitz, 1998].

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && f(x); \\ &\text{sujeito a} && g_j(x) \geq 0, \quad j = 0, \dots, J; \\ & && h_k(x) = 0, \quad k = 0, \dots, K; \end{aligned} \tag{1}$$

Estrutura de um PO

Supondo um problema de otimização com $l = 8$ variáveis, o grafo a seguir representa a estrutura desse problema através das relações de interdependência entre tais variáveis.



É possível prever a estrutura de um problema maior por meio desse modelo?

Sumário I

Estrutura de
Problemas de
Otimização

Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação

Hipótese de
Building-blocks

Metodologia

Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências

1 Estrutura de Problemas de Otimização
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

2 **Motivação**
Hipótese de Building-blocks

3 Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

4 Resultados e Conclusões

Hipótese de Building-blocks

Qual a motivação para o estudo da estrutura de problemas de otimização?

- 1 **Hipótese de Building-Blocks:** Um Algoritmo Genético obtém desempenho próximo ao ótimo através da justaposição de *Building-Blocks* [Goldberg, 1989, Holland, 1992].
- 2 A compreensão da estrutura de um problema pode levar ao desenvolvimento de algoritmos mais eficazes e eficientes.
- 3 **Exemplo: Função deceptiva**

Estrutura de Problemas de Otimização

Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

Motivação
Hipótese de Building-blocks

Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

Resultados e Conclusões

Referências

Sumário I

Estrutura de
Problemas de
Otimização

Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia

Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências

1 Estrutura de Problemas de Otimização
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

2 Motivação
Hipótese de Building-blocks

3 Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

4 Resultados e Conclusões

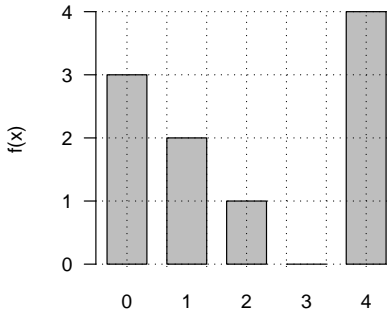
Funções deceptivas

Suponha a solução $x = \{0010\}$ e a função f_{trap4} :

$$u(x) = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4),$$

$$trap4(u) = \begin{cases} 4 & \text{if } u = 4, \\ 3 - u & \text{if } u < 4. \end{cases}$$

$$f_{trap4}(x) = trap4(u(x)) \quad (2)$$



Estrutura de Problemas de Otimização

Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

Motivação
Hipótese de Building-blocks

Metodologia

Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

Resultados e Conclusões

Referências

Funções deceptivas

Estrutura de Problemas de Otimização
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

Motivação
Hipótese de Building-blocks

Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

Resultados e Conclusões

Referências

Suponha o a solução x representada a seguir:

$$x = \{0010 \ 1010 \ 1001 \ 0101 \ 0101 \ 0001 \ 0000 \ 0111 \ 1111\}$$

1 Redefinindo

$$f_{trap4} = \sum trap4(u(x_{1:4}) + u(x_{5:9}) + \dots + u(x_{(l-4):l}))$$

$$\max f_{trap4}(x), \quad x \in \{0, 1\}^{mk},$$

- 2 Supondo que o algoritmo não conheça a estrutura do problema: 2^l possíveis soluções.
- 3 Conhecendo-se a estrutura o espaço de busca diminui para $\approx m2^k$ sendo $m = l/k$ e $k \ll l$.

Modelagem do Espaço de Soluções

Estrutura de
Problemas de
Otimização
Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia
Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências

- 1 Geração aleatória de um conjunto de soluções;
- 2 Amostragem do espaço de soluções (Seleção por Torneio):
 - 1 Selecione aleatoriamente t soluções do conjunto S ;
 - 2 Insira a melhor das t soluções no conjunto S_{novo} ;
 - 3 Repetir enquanto $|S_{novo}| < |S|$.
- 3 Construção de uma rede Bayesiana com limitado número de arestas.

Sumário I

Estrutura de
Problemas de
Otimização

Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia
Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

**Resultados e
Conclusões**

Referências

1 Estrutura de Problemas de Otimização
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

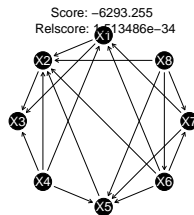
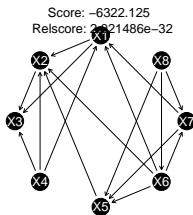
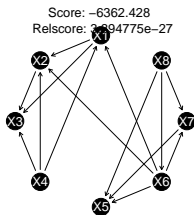
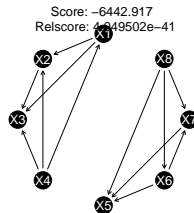
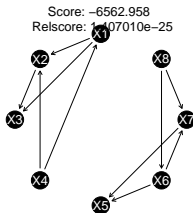
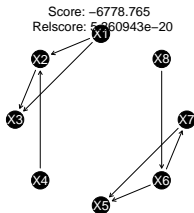
2 Motivação
Hipótese de Building-blocks

3 Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

4 Resultados e Conclusões

Resultados Função trap4, $l = 8$

Foram avaliados problemas de tamanho $l_i = \{8, 12\}$, enquanto o número de amostras utilizadas foram $|S_i| = \{1500, 2000\}$.



Resultados Função trap4, $l = 12$

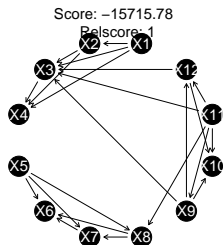
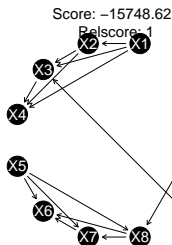
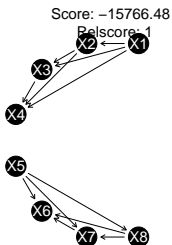
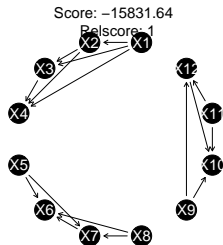
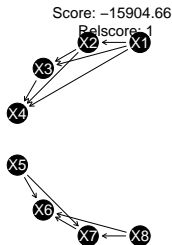
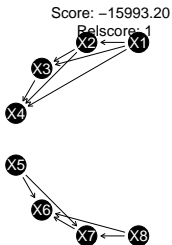
Estrutura de Problemas de Otimização
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

Motivação
Hipótese de Building-blocks

Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

Resultados e Conclusões

Referências



Resultados Função one-max, $l = 8$

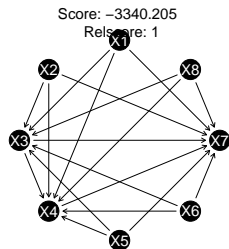
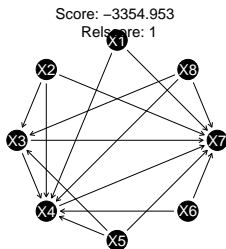
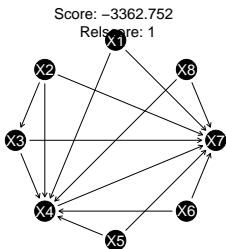
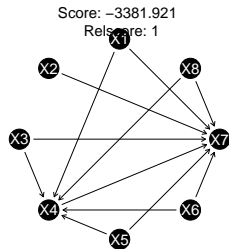
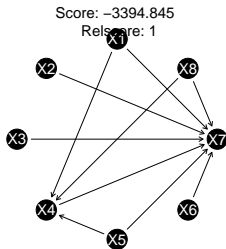
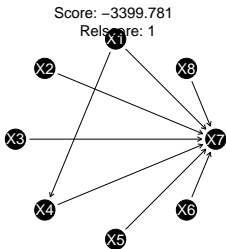
Estrutura de Problemas de Otimização
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

Motivação
Hipótese de Building-blocks

Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

Resultados e Conclusões

Referências



Resultados Função one-max, $l = 12$

Estrutura de Problemas de Otimização

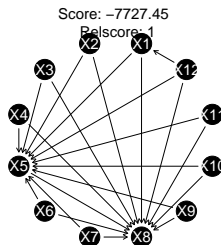
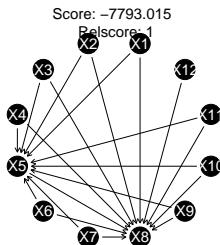
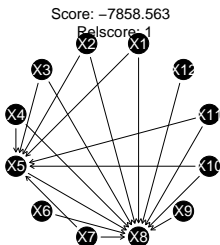
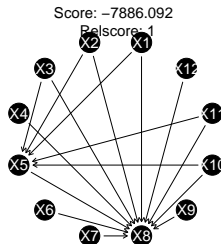
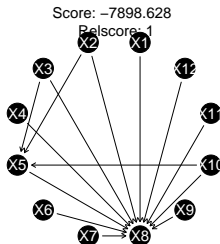
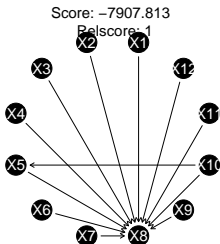
Problemas de Otimização
Estrutura de um PO

Motivação
Hipótese de Building-blocks

Metodologia
Funções deceptivas
Modelagem do Espaço de Soluções

Resultados e Conclusões

Referências



Conclusões e Trabalhos Futuros

- 1 Modelos baseados em redes Bayesianas conseguiram extrair bem as principais características do problema modular [Pelikan et al., 2002]
- 2 Como isso pode ser utilizado como evidência para a hipótese de *Building-blocks*? Avaliação da estrutura de problemas reais.
- 3 Diferenças em relação Algoritmos de Estimação de Distribuição?
 - Separação entre modelagem e otimização,
- 4 **Ponto em questão:** A estrutura para diferentes instâncias de um mesmo problema segue um padrão que pode ser predito?

Estrutura de
Problemas de
Otimização

Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia
Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências

Referências I



Goldberg, D. (1989).

Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning.

Addison-wesley.



Holland, J. (1992).

Adaptation in natural and artificial systems.

MIT Press Cambridge, MA, USA.



Michiels, W., Aarts, E., and Korst, J. (2007).

Theoretical aspects of local search.

Springer-Verlag New York Inc.



Papadimitriou, C. and Steiglitz, K. (1998).

Combinatorial optimization: algorithms and complexity.

Dover Pubns.

Estrutura de
Problemas de
Otimização

Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia
Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências

Referências II

Estrutura de
Problemas de
Otimização
Problemas de
Otimização
Estrutura de um
PO

Motivação
Hipótese de
Building-blocks

Metodologia
Funções
deceptivas
Modelagem do
Espaço de
Soluções

Resultados e
Conclusões

Referências



Pelikan, M., Goldberg, D., and Lobo, F. (2002).
A survey of optimization by building and using probabilistic
models.
Computational optimization and applications, 21(1):5–20.