1 Simulação Estocástica

é a arte de gerar amostras de variáveis aleatórias em um ambiente computacional e usar essas amostras para a obtenção de um certo resultado (Bustos & Frery, 1992).

Arte? Necessitamos de muitas técnicas para atingir o(s) objetivo(s) (Teoria dos Números, Probabilidade, Processos Estocásticos, Estatística, Computação, Análise Numérica, . . .)

Variáveis aleatórias? Muitos problemas ou são de natureza não determinística ou porque é mais apropriado o tratamento estocástico.

Ambiente computacional? A complexidade e/ou o volume de dados impedem a busca de uma solução manual.

Certo resultado? O bom uso da Simulação Estocástica fornece resultados aproximados.

2 Geração de Variáveis Aleatórias

Variáveis aleatórias no intervalo [0,1).

Procedimentos pseudoaleatórios: as sequências geradas devem ter a "aparência" de aleatoriedade.

Testes de geradores de números aleatórios.

Período da sequência, precisão, repetibilidade e portabilidade.

2.1 Alguns geradores

G1. Gerador de von Neumann (1949)

1. x_0: número de quatro algarismos decimais. Faça $i = 0$.
2. Calcular x_i^2. Se necessário, acrescentar zeros à esquerda para que x_i^2 seja escrito como $d_7 d_6 d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0$.
3. Definir $x_{i+1} = d_5 d_4 d_3 d_2$.
4. Faça $i = i + 1$ e prossiga em 2.
5. Divida os elementos da sequência por 10.000.

Exemplos:

(a) $\{$2100, 4100, 8100, 6100, 2100, $\ldots\}$,

(b) $\{$3792, 3792, $\ldots\}$

G2. Geradores congruenciais lineares (Lehmer, 1951)

Gerar uma sequência de inteiros $x_1, x_2, \ldots, x_n$ em $\{$0, 1, $\ldots$, M-1$\}$, M "grande". Fazer $u_i = x_i/M$, $i = 1, \ldots, n$.

$$x_i = (ax_{i-1} + c) \text{ mod } M,\ i \geq 1,$$

sendo que $a, c, x_0 \in \{0, 1, \ldots, M-1\}$, x_0 é chamado de semente e mod representa o resto da divisão inteira.

Exemplos:

(a) Gerador do IMSL: $a = 16807$, $c = 0$, $M = 2^{31} - 1$, período = $2^{31} - 2$ = 2.147.483.646.

(b) IBM RANDU: $a = 2^{16} + 3$, $c = 0$, $M = 2^{31}$.

G3. Outros geradores

(1) Geradores com períodos 2^{60}, 2^{113} e $2^{19937} - 1 \cong 10^{6002}$ (*default* em R).

(2) Gerador natural (Dodge, 1996): algarismos decimais de π.

Cálculo de π com $2,1 \times 10^{12}$ dígitos decimais em dez/2013.

Sugestão: Gravar alguns bilhões de dígitos decimais de π e usar como gerador.