SCC601 – Introdução a Ciência da Computação II

Rosane Minghim

Estagiária P.A.E: Nathalie Portugal **Monitor**: Athila Quaresma Santos

LISTA DE EXERCICIOS N°2

Recursão

Exercícios Nível 1

1. Considere o seguinte algoritmo recursivo

```
ALGORITHM Min1(A[0..n -1]
//Entrada um array A[0..n-1] de numeros reais
if (n==1)
    return A[0];
else
{
    temp=Min1(A[0..n-2]);
    if (temp<=A[n-1])
        return temp;
    else
        return A[n-1];
}
```

a. Que computa o algoritmo?

b. Estabeleça a relação de recorrência para o algoritmo e resolva.

2. Resolver as seguintes relações de recorrência:
   a. x(n)=x(n+1)+5 para n>1, x(1)=0
   b. x(n)=3x(n-1) para n>1, x(1)=4
   c. x(n)=x(n-1)+n para n>0, x(0)=0
   d. x(n)=x(n/3)+1 para n>1, x(1)=1

3. Seja F uma função e suponha que F satisfaz a recorrência F(n)=2F([n/2])+n, para todo n>=2, suponha ainda que F(1)=1 (e por tanto F(2)=4,F(3)=5,etc), resolva a relação de recorrência

4. Escreva uma função recursiva que determine quantas vezes um digito k ocorre em um numero natural n. Por exemplo, o digito 2 ocorre 3 vezes em 762021192.

5. O seguinte algoritmo recursivo procura o Maximo elemento de um conjunto A:

```
Function Maximo(A, a, b)
  if (a >= b)
    RETORNA A[a]
  else
    RETORNA Maximo(A, a, b-1)
```

   a. Escreva uma formula de recorrência que represente o numero de chamadas a Maximo.
   b. Resolva a relação de recorrência anterior.

Exercícios Nível 2

1. Demonstre, com o auxilio de uma arvore de recursão, que a solução para a recorrência T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + c.n, onde c e uma constante, que pertence a Ω(n.log(n)).

2. A multiplicação de dois números inteiros pode ser feita através de somas sucessivas.
   a. Proponha um algoritmo iterativo Multip_Iter(n1,n2) que calcule a multiplicação de dois inteiros.
   b. Proponha um algoritmo recursivo Multip_Rec(n1,n2) que calcule a multiplicação de dois inteiros.
   c. Estabeleça a relação de recorrência e resolva.

3. Use uma árvore de recursão para fornecer uma solução assintoticamente restrita para a recorrência T(n)=T(αn)+ T((1-α)n)+cn, onde α é uma constante no intervalo 0< α<1 e c>0 também é uma constante.

Exercícios Nível 3

1. O problema das torres de Hanói consiste em transladar n discos de diâmetros diferentes de uma torre "A" a uma torre "C" usando uma torre auxiliar "B". Os discos estão inicialmente organizados na torre, "A", decrescentemente, segundo o diâmetro e devem terminar na torre "C" com a mesma organização. Os discos são movidos de uma torre a outra com a restrição de que jamais se tem discos de

diâmetro maior acima de discos de diâmetro menor numa mesa torre. Ademais, em um movimento não podem ser trasladados vários discos simultaneamente e somente e permitido mover discos no tope das torres.

A solução típica do problema consiste em:

- Transladar recursivamente os n-1 discos de menor diâmetro, da torre A a torre B, usando como torre auxiliar a torre C.
- Mover o disco de maior diâmetro de A a C.
- Transladar recursivamente os n-1 discos de B a C, usando como torre auxiliar A.

Seja M(n) o numero de movimentos necessários para transladar n discos segundo o algoritmo anterior

$$M(n) = \begin{cases} 1, \ \text{caso } n = 1 \\ 2\,M(n-1) + 1, \ \text{caso } n > 1 \end{cases}$$

(a) Explique por que a seguinte relação de recorrência expressa o numero correto de movimentos

(b) Calcule M(n)

Exercício Desafio

1. Quantos quadrados de um em um serão gerados pelo algoritmo que se inicia com um único quadrado e, em cada iteração adiciona novos quadrados no exterior?. Os resultados para n=0,1,2 e 3 são ilustrados na figura abaixo.