

ICMC – USP
SME0818 – Inferência Estatística – 2022/1
Lista 6

1. $X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$, $\theta \in (0, 1)$. Para testar $H_0 : \theta \leq 1/2$ contra $H_1 : \theta > 1/2$ com base em uma amostra de 10 observações, utilize o teste com região crítica $RC = \{(x_1, \dots, x_{10}) : \sum_{i=1}^{10} x_i \geq 6\}$.
 - (a) Obtenha a função poder do teste e apresente seu gráfico.
 - (b) Calcule o tamanho do teste.

2. A variável aleatória X tem função densidade $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$, $\theta > 0$. Para testar $H_0 : \theta \leq 1$ contra $H_1 : \theta > 1$ com base em uma amostra de duas observações, utilize o teste com região crítica $RC = \{(x_1, x_2) : \frac{3}{4x_1} \leq x_2\}$.
 - (a) Obtenha a função poder do teste e apresente seu gráfico.
 - (b) Calcule o tamanho do teste.
 - (c) Para uma amostra de duas observações, apresente o teste mais poderoso com nível de significância $\alpha = \{1 - \log(2)\}/2$ para testar $H_0 : \theta = 1$ versus $H_1 : \theta = 2$.

3. A variável aleatória X tem função massa de probabilidade $f(x; \theta) = \theta(1 - \theta)^{x-1} I_{\{1,2,\dots\}}(x)$, $0 < \theta < 1$.
 - (a) Com base em uma amostra aleatória de n observações, apresente o teste mais poderoso com nível de significância α para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta = \theta_1$, sendo que $\theta_0 < \theta_1$.
 - (b) Apresente o teste mais poderoso de tamanho $\alpha = 0,05$ para testar $H_0 : \theta = 0,4$ contra $H_1 : \theta = 0,7$ utilizando a amostra 8 1 1 3 1 4 2 1 2 1 2 3. Calcule o poder do teste.

4. A variável aleatória X tem função densidade $f(x; \theta) = \exp(-(x - \theta)) I_{[\theta, +\infty)}(x)$, $\theta > 0$.
 - (a) Com base em uma amostra aleatória de n observações, apresente o teste mais poderoso com nível de significância α para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta = \theta_1$, sendo que $\theta_0 < \theta_1$.
 - (b) Apresente o teste mais poderoso de tamanho $\alpha = 0,05$ para testar $H_0 : \theta = 4$ contra $H_1 : \theta = 6$ utilizando a amostra
4,814 4,745 4,812 6,914 4,468 6,607 6,005 4,533 4,495.
Calcule o poder do teste.

5. A variável aleatória X tem função densidade $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/(2\theta^2)) I_{\mathbb{R}}(x)$, $\theta > 0$. Com base em uma amostra aleatória de n observações, apresente o teste mais poderoso com nível de significância α para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta = \theta_1$, sendo que $\theta_0 < \theta_1$.