

ICMC-USP
Lista de Exercícios (versão 2) - Capítulo 1
SCC-0605

Professores: João Luís e Sandra

Gramáticas e Linguagens

1. (a) Defina o que é uma Gramática.
(b) Exemplifique sua definição construindo uma gramática que gere a linguagem $L(G) = \{0^n 1^{2n} 0^m \mid n, m \geq 0\}$.
(c) Classifique sua gramática na hierarquia de Chomsky, justificando sua resposta.
2. Que linguagem a gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow (), S \rightarrow (), S \rightarrow SS, S \rightarrow (S), S \rightarrow)S\}$, gera?
3. Que linguagem a gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow 0, S \rightarrow 1, S \rightarrow S0\}$, gera?
4. A gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow (), S \rightarrow (S), S \rightarrow SSS\}$, gera exatamente a linguagem dos parênteses casados?
5. Escreva uma gramática para a linguagem $\{a^n b^{2n} \mid n > 0\}$.
6. Que linguagem a gramática, constituída pelo seguinte conjunto de produções $P = \{S \rightarrow aSb \mid SS \mid ab \mid ba\}$ gera?
7. Escreva gramáticas para as seguintes linguagens:
 - (a) expressões aritméticas envolvendo os dígitos 0 e 1 e as operações + e *. Exemplo: $(1 + (0 * 1))$
 - (b) $\{w \mid w \text{ é da forma } a^n b^m, \text{ com } n < m\}$
 - (c) Fórmulas do cálculo proposicional com duas variáveis, p e q , e conectivos *and*, *or* e *not*. Exemplo: $(p \text{ or } (q \text{ and } (\text{not } p)))$
 - (d) $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ onde w^R significa a forma reversa de w , isto é, se $w = abaa$, então $w^R = aaba$.
8. Considerando que:
 - toda linguagem livre de contexto também é sensível ao contexto;
 - nem toda gramática livre de contexto é sensível ao contexto;
 - há quatro tipos de gramáticas/linguagens segundo Chomsky,

as gramáticas abaixo são livres de contexto? São sensíveis ao contexto? Por que?

- (a) $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{A, B\}$, $S = A$, $P = \{A \rightarrow Ba, B \rightarrow BB, Aa \rightarrow Bb, B \rightarrow b, B \rightarrow bA, A \rightarrow a, Ab \rightarrow \lambda\}$
- (b) $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \lambda\}$

Que linguagem é gerada pela gramática do item b?

ICMC-USP
Lista de Exercícios (versão 2) - Capítulo 1
SCC-0605 (continuação)

9. Considere a gramática $G = (\{a, b, +, -, *, /, (,)\}, \{S, T, L\}, S, P)$, onde P é dado por:

$$S \rightarrow T + S \mid T - S \mid T$$

$$T \rightarrow L * T \mid L / T \mid L$$

$$L \rightarrow (S) \mid a \mid b$$

Diga qual é a ordem de precedência e de prioridade dos operadores e sua associatividade (à esquerda ou à direita), justificando sua resposta.

10. Em cada conjunto de produções abaixo, diga qual é a linguagem gerada pela gramática, classificando-a. Se for regular, expresse-a através de expressões regulares. S é o símbolo inicial da gramática em todos os itens abaixo.

(a) $S \rightarrow 0 \mid 5 \mid N5 \mid N0$

$$N \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3 \mid \dots \mid 9 \mid NN \mid N0$$

(b) $S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid 01 \mid 10$

(c) $S \rightarrow aBca \mid aca$

$$B \rightarrow b \mid bB$$

(d) $S \rightarrow 0A \mid 1B$

$$A \rightarrow 0A \mid 0$$

$$B \rightarrow 1B \mid 1$$

(e) $S \rightarrow [A]$

$$[\rightarrow [D \mid \lambda$$

$$D] \rightarrow]$$

$$DA \rightarrow AAD$$

$$] \rightarrow \lambda$$

$$A \rightarrow a$$

11. Classificar as gramáticas cujas regras de produção são dadas abaixo. Considere S o símbolo inicial.

(a) $S \rightarrow \lambda$

$$S \rightarrow aS \mid Sb$$

$$S \rightarrow a \mid b$$

(b) $S \rightarrow \lambda$

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0$$

$$0S1 \rightarrow 1S0$$

12. Qual a diferença entre as notações BNF e EBNF?

13. Liste as características que diferenciam as gramáticas da hierarquia de Chomsky.

14. Qual o tipo de linguagem das linguagens de programação? Justifique e exemplifique.

15. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$. Qual o tipo (menos complexo) desta gramática segundo a hierarquia de Chomsky? Dê a descrição formal da linguagem gerada por esta gramática. Se for possível, descreva o autômato finito, com o menor número de estados possível, que aceite esta linguagem.

Gramáticas Lineares à Direita ou Regulares

16. Encontre uma gramática regular equivalente à $G = (\Sigma, V, S, P)$, cujo $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, A, B\}$ e $P = \{S \rightarrow abbaA \mid bB, A \rightarrow aA \mid aB, B \rightarrow bA \mid aba \mid b\}$.
17. Se G for uma gramática regular e w uma sentença de $L(G)$ capaz de ser derivada em p passos, qual é então o comprimento de w ? Prove sua resposta.
18. Ache uma GLD para a linguagem $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ não contenha a subcadeia } bab\}$.
19. Seja a seguinte definição: Uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$ é **linear a direita** se toda produção for da forma $A \rightarrow bC$ ou $A \rightarrow b$, onde A e $C \in V$ e $b \in \Sigma \cup \{\lambda\}$. Agora seja a seguinte gramática G_1 composta das seguintes produções: $A \rightarrow wB \mid w$, onde A e $B \in V$ e $w \in \Sigma^*$. Mostre que $L(G_1)$ pode ser gerada por uma gramática linear a direita.
20. Considere gramáticas lineares à esquerda, que são gramáticas nas quais toda produção é da forma $A \rightarrow Ab$ ou $A \rightarrow b$, com $A \in V$ e $b \in \Sigma \cup \{\lambda\}$. Uma linguagem linear à esquerda é uma linguagem que pode ser gerada por uma gramática linear à esquerda. Mostre através de um exemplo, que as linguagens lineares à esquerda coincidem com as linguagens lineares à direita.

Expressões e Linguagens Regulares

21. Explique, com palavras, qual é o conjunto denotado pelas seguintes expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$:
- aa
 - ba^*
 - $(a + b)^*$
 - $(a + b)^*aa(a + b)^*$
 - $a^*ba^*ba^*$
 - $(a + b)^*(aa + bb)$
 - $(a + \lambda)(b + ba)^*$
 - $(aa + b)^*(a + bb)$
 - $(b + ab)^*(\lambda + a)$

(j) $(aa + bb + (aa + bb)(ab + ba)(aa + bb))^*$

22. Construa Expressões Regulares para expressar Identificadores, Números Inteiros, Números Reais, e Comentários da linguagem C.

23. Descreva em palavras as linguagens especificadas pelas seguintes expressões regulares:

(a) $(aa)^*(bb)^*$

(b) $(a^*b^*c^*)^*$

(c) $((a + b + c)(bb)^* + (a + b + c))^*$

(d) $(aaa + aaaaa)^*$

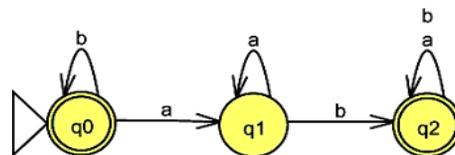
24. Dê uma GLD para a linguagem $((a + bb)^* + c)^*$.

25. Dado um alfabeto Σ . Considere a seguinte linha de raciocínio:

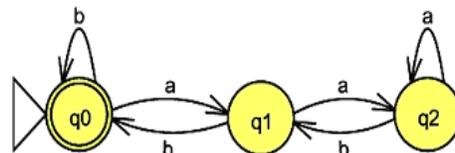
1. Para qualquer cadeia $x \in \Sigma^*$, a linguagem $\{x\}$ é regular.
2. Para quaisquer linguagens regulares A e B , a linguagem $A \cup B$ é regular.
3. Toda linguagem $L \subseteq \Sigma^*$ pode ser escrita como uma união de linguagens da seguinte forma: $L = \cup_{x \in L} \{x\}$.
4. Portanto, toda linguagem $L \subseteq \Sigma^*$ é regular.

Critique este argumento. As três hipóteses estão corretas? A lógica é válida? Se não, você pode identificar uma falha? A conclusão está correta?

26. Dê os conjuntos regulares correspondentes aos seguintes AFDs:



(a)



(b)

Autômatos Finitos

27. Converta os seguintes conjuntos regulares em AFNs.
- (a) $((((11)^*0)^* + 00)^*$
 - (b) $(1 + 11 + 0)^*(00)^*$
28. Especifique e descreva um AFN que aceita o conjunto de todas as sentenças com dois 0's consecutivos ou dois 1's consecutivos, para $\Sigma = \{0, 1\}$.
29. Seja $M = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, \{q_0\}, \{q_1\})$ um AFN (autômato finito não determinístico) onde $\delta(q_0, 0) = \{q_0, q_1\}$, $\delta(q_0, 1) = \{q_1\}$, $\delta(q_1, 0) = \emptyset$, $\delta(q_1, 1) = \{q_0, q_1\}$. Qual é o AFD (autômato finito determinístico) correspondente?
30. Considere a seguinte gramática regular, $G = (\{0, 1\}, \{S, B\}, S, P)$, onde P consiste de: $S \rightarrow 0B$, $B \rightarrow 0B$, $B \rightarrow 1S$, $B \rightarrow 0$. Pode-se construir um autômato finito não determinístico $M = (\{S, B, A\}, \{0, 1\}, \delta, \{S\}, \{A\})$, onde δ é dado por:
1. $\delta(S, 0) = \{B\}$, já que $S \rightarrow 0B$ é a única produção em P com S à esquerda e 0 à direita.
 2. $\delta(S, 1) = \emptyset$, já que nenhuma produção tem S à esquerda e 1 à direita.
 3. $\delta(B, 0) = \{B, A\}$, já que $B \rightarrow 0B$ e $B \rightarrow 0$ estão em P .
 4. $\delta(B, 1) = \{S\}$, já que $B \rightarrow 1S$ está em P .
 5. $\delta(A, 0) = \delta(A, 1) = \emptyset$.
- Ache um autômato finito determinístico M_1 equivalente a M .
31. Ache um autômato finito determinístico (AFD) que aceite todas as cadeias em $\{0, 1\}^*$ tal que todo 0 tem um 1 imediatamente à sua direita. Construa uma gramática do tipo 3 que gere esta linguagem.
32. Quais são as diferenças básicas entre um autômato finito determinístico e um não determinístico? Defina $T(M)$, o conjunto de cadeias aceitas pelo autômato M , para os dois tipos.
33. Dê a especificação e o diagrama de estados de um autômato finito não determinístico M que aceite a linguagem $(a + b)^*$ tal que nenhuma cadeia só de a 's ou só de b 's seja aceita. Obtenha o autômato determinístico M' equivalente a M . Construa uma gramática linear à direita que gere esta linguagem. Dê a expressão regular que representa esta linguagem.
34. Dê a especificação $(Q, \Sigma, \delta, Q_0, F)$ e o diagrama de estados de um autômato finito não determinístico (AFN) que aceite o conjunto de todas as cadeias que contenham dois 0's consecutivos ou dois 1's consecutivos. Teste para 011010.

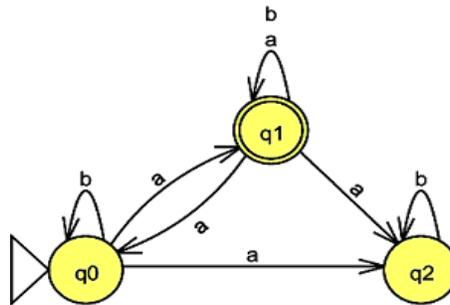
ICMC-USP
 Lista de Exercícios (versão 2) - Capítulo 1
 SCC-0605 (continuação)

35. Dê a especificação $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ e o diagrama de estados de um autômato finito determinístico (AFD) que aceite cadeias de um alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, com número par de 0's e um número par de 1's. Escreva a gramática linear a direita (GLD) equivalente a esse autômato e a expressão regular que representa a linguagem de estados finitos correspondente.
36. Construa um autômato finito que aceite a linguagem regular $\{(ab)^*b + c^*\}$ sem usar arcos- λ .
37. Dê o autômato finito determinístico que aceite a linguagem regular $L = (b^*c + ab)$. Qual é a gramática linear a direita G que gera L ?
38. Seja $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ um autômato finito não determinístico (AFN) com δ dado por:

	a	b
q_0	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\{q_0, q_1\}$	\emptyset
q_2	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1\}$

Ache um autômato finito determinístico (AFD) que aceite $T(M)$.

39. Converta o seguinte AFN em um AFD.

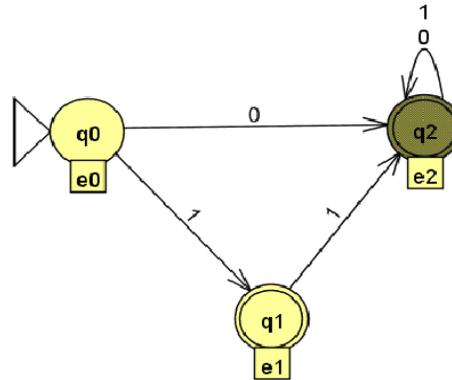


40. Seja $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ um autômato finito não determinístico (AFN) com mapeamento de transmissão de estado δ definida como: $\delta(q_0, a) = \{q_1, q_2\}$, $\delta(q_1, a) = \{q_0, q_1\}$, $\delta(q_2, a) = \{q_0, q_2\}$, $\delta(q_0, b) = \{q_0\}$, $\delta(q_1, b) = \emptyset$, $\delta(q_2, b) = \{q_1\}$.
- (a) Ache um autômato finito determinístico (AFD) que aceite o conjunto de cadeias aceitas por M ;
- (b) Ache a gramática linear a direita (GLD) que gera a Linguagem de Estados Finitos (LEF) aceita por M ;
- (c) Ache a expressão regular que represente esta linguagem.

ICMC-USP
Lista de Exercícios (versão 2) - Capítulo 1
SCC-0605 (continuação)

41. Quais são as diferenças básicas entre um autômato finito determinístico (AFD) e um não determinístico (AFN)? Defina $T(M)$, o conjunto de cadeias aceitas pelo autômato M , para os dois tipos.
42. Seja a linguagem $L \subseteq \{0,1\}^*$ constituída de cadeias que contêm a subcadeia 10 a sua extrema direita. Exemplo: $10010 \in L$, enquanto que $010100 \notin L$.
- (a) Escreva um autômato finito não-determinístico (AFN) que aceita a linguagem L ;
 - (b) Escreva o autômato finito determinístico (AFD) que aceita L ;
 - (c) Escreva a expressão regular equivalente a L ;
 - (d) Escreva a gramática linear a direita, sem produções- λ , que gera L .
43. Considere a seguinte linguagem: $L = \{w \mid w \in (a+b)^* \text{ tal que haja número par de duplas de } ba\text{'s}\}$. Exemplo: a cadeia $abaabbaba$ não pertence a L , enquanto que a cadeia $baabba$ pertence. Se possível, escreva o autômato finito determinístico (AFD) que processa L e dê a gramática linear a direita equivalente. Se não for possível explique o porquê.
44. Dê o diagrama de estados de um autômato finito determinístico (AFD) que aceite a linguagem dada pela expressão regular $(b^* + (ab)^*)$. Escreva a gramática equivalente.
45. Construa um autômato finito para o reconhecimento de números reais.
46. Seja um autômato finito não-determinístico (AFN), $M = (\{q, p, r\}, \{a, b\}, \delta, q, \{r\})$, onde:
- $$\begin{aligned}\delta(q, a) &= \{p, r\} \\ \delta(p, a) &= \{r\} \\ \delta(r, a) &= \{q, r\} \\ \delta(q, b) &= \{p\} \\ \delta(p, b) &= \{q, p\} \\ \delta(r, b) &= \{p\}\end{aligned}$$
- (a) Desenhe o Diagrama de Estados correspondente a M .
 - (b) Construa um autômato determinístico (AFD), M' , equivalente a M , e apresente-o como um Diagrama de Estados.
 - (c) Construa uma Gramática Regular, G , que gere a linguagem reconhecida por M' . Especifique todos os elementos de G .
47. Seja $G = (\{l, d\}, \{S, R\}, S, P)$ com as seguintes produções $P = \{S \rightarrow lR \mid l, R \rightarrow d \mid R \mid dR \mid l \mid lR\}$.
- (a) Escreva a linguagem gerada por G na forma de uma expressão regular.
 - (b) Construa o Autômato Finito que reconheça a linguagem gerada por G .
 - (c) Caso o autômato do item (b) seja não determinístico, construa um autômato determinístico correspondente.

48. (a) Prove o teorema: “As linguagens aceitas por Autômatos Finitos são exatamente aquelas geradas por Gramáticas Regulares.”
(b) Use (a) para mostrar a Gramática Regular equivalente ao Autômato Finito:



- (c) Qual é a linguagem reconhecida pelo autômato de (b)?
49. (a) Construa um AFN que reconheça a seguinte linguagem (desenhe o diagrama de estados correspondente): $L = \{w \mid w \text{ possui } aa \text{ ou } bb \text{ como subpalavra}\}$.
(b) Mostre a sequência de reconhecimento para as cadeias *babbbab* e *ababab*.
(c) Construa um AFD a partir do AFN anterior, que reconheça a mesma linguagem.
50. Construa autômatos finitos para as expressões regulares apresentadas em 21 e 22.

Compiladores

51. O que é um compilador?
52. Qual a diferença entre um interpretador e um compilador?
53. Liste as principais fases de um compilador e descreva brevemente suas funcionalidades.
54. Quais são as classes de *tokens* que um analisador léxico reconhece? Exemplifique.
55. Que tipos de erro podem ser detectados durante a análise léxica? Exemplifique.