

Lista 1. Questão 6 – solução

6) Em um programa de televisão são mostradas três portas (1, 2 e 3) fechadas e apenas uma delas guarda um valioso prêmio. O apresentador do programa sabe qual é a porta que leva ao prêmio. Um participante deve escolher uma das portas. Em seguida, o apresentador informa o número de uma porta, diferente da escolha do participante, e que não guarda o prêmio. O participante escolhe a porta 1. O apresentador informa que a porta 3 **não** guarda o prêmio e pergunta ao participante se ele gostaria de mudar sua escolha. Se você fosse o participante, qual seria sua decisão? Vale a pena mudar a escolha?

Solução.

Eventos:

X_i : “a porta número i guarda o prêmio” e

Y_j : “apresentador informa que a porta número j **não** guarda o prêmio”.

Probabilidades iniciais para o participante: observe que $P(X_1) = P(X_2) = P(X_3) = 1/3$.

Informações do problema: A pergunta pode ser respondida comparando $P(X_1|Y_3)$ e $P(X_2|Y_3)$, pois $P(X_3|Y_3) = 0$, já que o apresentador informou que a porta 3 não guarda o prêmio e levando em conta que o participante escolheu a porta 1.

Assim temos as seguintes probabilidades condicionais:

$$P(Y_2|X_1) = P(Y_3|X_1) = 1/2, P(Y_2|X_2) = P(Y_3|X_3) = 0 \text{ e}$$

$$P(Y_2|X_3) = P(Y_3|X_2) = 1.$$

De modo que pelo Teorema da Probabilidade Total

$$P(Y_3) = P(Y_3|X_1) P(X_1) + P(Y_3|X_2) P(X_2) + P(Y_3|X_3) P(X_3) = 1/2 \times 1/3 + 1 \times 1/3 + 0 \times 1/3 = 1/2.$$

E pela Fórmula de Bayes,

$$P(X_1|Y_3) = P(X_1 \cap Y_3)/P(Y_3) = P(Y_3|X_1) P(X_1)/P(Y_3) = (1/2 \times 1/3)/1/2 = 1/3 \text{ e}$$

$$P(X_2|Y_3) = P(X_2 \cap Y_3)/P(Y_3) = P(Y_3|X_2) P(X_2)/P(Y_3) = (1 \times 1/3)/1/2 = 1/3 / 1/2 = 2/3.$$

Logo, vale a pena mudar a escolha!