$6^{\underline{a}}$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE PROBABILIDADE I - SME 0800

Professora Juliana Cobre

Exercício 1 (*Meyer E. 9.1, p.240*). Suponha que X tenha distribuição $N(2; 0, 16)$. Empregando a tábua da distribuição normal, calcule as seguintes probabilidades.

(a) $P(X \geq 2, 3)$ **(b)** $P(1, 8 \leq X \leq 2, 1)$.

Exercício 2 (*Meyer E. 9.2 e E. 9.3, p.240*). O diâmetro de um cabo elétrico é normalmente distribuído com média 0,8 e variância 0,0004.

(a) Qual é a probabilidade de que o diâmetro ultrapasse 0,81?

(b) Suponha que um cabo seja considerado defeituoso se o diâmetro diferir de sua média em mais de 0,025. Qual é a probabilidade de se encontrar um cabo defeituoso?

Exercício 3 (*Meyer E. 9.5, p.241*). Suponha-se que a duração da vida de dois dispositivos eletrônicos, D_1 e D_2 tenham distribuições $N(40, 36)$ e $N(45, 9)$, respectivamente. Se o dispositivo eletrônico tiver de ser usado por um período de 45 horas, qual dos dispositivos deve ser o preferido? Se tiver de ser usado por um período de 48 horas, qual deles deve ser preferido?

(a) nenhum corte?

(b) no máximo dois cortes?

(c) pelo menos dois cortes?

Exercício 4 (*Meyer E. 9.5, p.241*). Podemos estar interessados apenas na magnitude de X, digamos $Y = |X|$. Se X tiver distribuição $N(0, 1)$, determine a fdp de Y, e calcule $\mathrm{E}(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$.

Exercício 5 (*Meyer E. 9.10, p.241*). Suponha que X tenha distribuição $N(\mu, \sigma^2)$. Determine c, em função de μ e σ^2, tal que $P(X \leq c) = 2P(X > c)$.

Exercício 6 (*Meyer E. 9.12, p.241*). O diâmetro externo de um eixo, D, é especificado igual a 4 polegadas. Considere D como uma variável aleatória normalmente distribuída com média 4 polegadas e variância 0,01 (polegadas)^2. Se o diâmetro real diferir do valor especificado por mais de 0,05 polegadas e menos de 0,08 polegadas, o prejuízo do fabricante será \$ 0,50. Se o diâmetro real diferir do diâmetro especificado por mais de 0,08 polegadas, o prejuízo será de \$ 1,00. O prejuízo L pode ser considerado uma variável aleatória. Estabeleça a distribuição de probabilidade de L e calcule $\mathrm{E}(L)$.

Exercício 7 (*Meyer E. 9.14, p.242*). Suponha que X seja uma variável aleatória para a qual $\mathrm{E}(X) = \mu$ e $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$. Suponha que Y seja uniformemente distribuída sobre o intervalo (a, b). Determine a e b de modo que $\mathrm{E}(X) = \mathrm{E}(Y)$ e $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{Var}(Y)$.

Exercício 8 (*Meyer E. 9.15, p.242*). Suponha que X, a carga de ruptura de um cabo (em kg), tenha distribuição $N(100, 16)$. Cada rolo de 100 metros de cabo dá um lucro de \$ 25, desde que $X > 95$. Se $X \leq 95$, o cabo poderá ser utilizado para uma finalidade diferente e o lucro de \$ 10 por rolo será obtido. Determinar o lucro esperado por rolo.

Exercício 9 (*Meyer E. 9.17, p.242*). Um combustível para foguetes deve conter uma certa percentagem X de um componente especial. As especificações exigem que X esteja entre 30 e 35 por cento. O fabricante obterá um lucro líquido T sobre o combustível (por galão), que é dado pela seguinte função de X.

$$T(X) = \begin{cases} \$0,10 \text{ por galão se } 30 < X < 35, \\ \$0,05 \text{ por galão se } 35 \leq X < 40 \text{ ou } 25 < X \leq 30, \\ -\$0,10 \text{ por galão, para outros quaisquer valores.} \end{cases}$$

(a) Calcular $\mathrm{E}(T)$, quando X tiver a distribuição $N(33, 9)$.

(b) Suponha que o fabricante deseje aumentar seu lucro esperado $\mathrm{E}(T)$, em 50 por cento. Ele pretende fazê-lo pelo aumento de seu lucro (por galão), naquelas remessas de combustível que atendam às especificações, $30 < X < 35$. Qual deverá ser seu novo lucro líquido.

Exercício 10 (*Meyer E. 9.30, p.243*). Suponha que X, o comprimento de uma barra, tenha distribuição $N(10, 2)$. Em vez de medir o valor de X, somente são especificadas certas exigências que devem ser atendidas. Especificamente, cada barra fabricada será classificada como segue $X < 8, 8 \leq X < 12, X \geq 12$. se 15 dessas barras forem fabricadas, qual é a probabilidade de que um igual número de barras caia em cada uma das categorias acima?

Exercício 11 (*Meyer E. 9.31, p.243*). Sabe-se que a precipitação anual de chuva, em certa localidade, é uma variável aleatória normalmente distribuída, com média igual a 29,5 cm e desvio-padrão 2,5 cm. Em 95% do tempo a chuva fica acima de qual valor?

Exercício 12 (*Meyer E. 9.32, p.243*). Suponha que X tenha distribuição $N(0, 25)$. Calcule $P(1 < X^2 < 4)$.

Exercício 13 (*Meyer E. 9.32, p.243*). Seja X_t o número de partículas emitidas em t horas por uma fonte radioativa e suponha-se que X_t tenha uma distribuição de Poisson, com parâmetro βt. Faça-se igual a T o número de horas entre emissões sucessivas. Mostre que T tem uma distribuição exponencial com parâmetro β.

Exercício 14 (*Meyer E. 9.33, p.244*). Suponha que X_t seja definido tal como no Exercício 13, com $\beta = 30$. Qual a probabilidade de que o tempo entre duas emissões sucessivas seja maior do que 5 minutos? Maior do que 10 minutos? Menor do que 30 segundos?

Exercício 15 (*Meyer E. 9.37, p.244*). Suponha que o número de acidentes em uma fábrica possa ser representado por um processo de Poisson, com média de 2 acidentes por semana. Qual é a probabilidade de que

(a) o tempo decorrido desde um acidente até o próximo acidente seja maior do que três dias?

(b) o tempo decorrido desde um acidente até o terceiro acidente seja maior do que uma semana?

Exercício 16 (*Meyer E. 9.38, p.244*). Em média, um processo de produção cria uma peça defeituosa entre cada 300 fabricadas. Qual é a probabilidade de que a terceira peça defeituosa apareça:

(a) antes de 1000 peças terem sido fabricadas?

(b) quando a milésima peça for fabricada?

(c) depois que a milésima peça for fabricada?

Sugestão: Suponha um processo de Poisson.